

Б1. Б.7 Функциональный анализ

Цели и задачи дисциплины (модуля)

Целью преподавания дисциплины «Функциональный анализ» является формирование у будущих бакалавров современных теоретических знаний в области функционального анализа и практических навыков в их использовании при решении задач исследовательского типа как теоретического плана, так и с практическим содержанием, ознакомление студентов с начальными навыками математического моделирования. Задачами являются: изучение основных понятий и методов линейного и нелинейного функционального анализа, ознакомление с их приложениями; выполнение в абстрактных пространствах всех основных операций и вычислительных процедур; изучение морфологии основных типов пространств; изучение основных типов пространств функций.

Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Процесс изучения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1 – способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой;

ОПК-2 – способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии.

Знать:

аппарат функционального анализа.

Уметь:

применять аппарат функционального анализа к конкретным задачам.

Владеть:

способностью совершенствовать приобретенные навыки решения поставленных задач.

Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы (разделяется по формам обучения)

| Вид учебной работы | Всего часов / зачетных единиц | курсы |
|---|-------------------------------|---------|
| | | 4 |
| Аудиторные занятия (всего) | 16 | 16 |
| В том числе: | - | - |
| Лекции | 8 | 8 |
| Практические занятия (ПЗ) | 8 | 8 |
| Самостоятельная работа (всего) | 119 | 119 |
| В том числе: | | |
| <i>Другие виды самостоятельной работы (подготовка к контрольным работам и экзамену)</i> | 119 | 119 |
| Контроль | 9 | 9 |
| Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен) | экзамен | экзамен |
| Контактная работа (всего) | 27 | 27 |
| Общая трудоемкость | часы | 144 |
| | зачетные единицы | 4 |

Краткая характеристика содержания учебной дисциплины

Разделы:

Раздел 1. Введение. Тема 1.1. Возникновение функционального анализа как самостоя-

тельного раздела математики. Тема 1.2. современное развитие функционального анализа и его связь с другими областями математики.

Раздел 2. Топологические и метрические пространства. Тема 2.1. Определение топологического пространства, база, сепарабельность топологического пространства, предел и сходимость в топологических пространствах. Тема 2.2. Определение метрики. Определение метрического пространства. Задание топологии с помощью метрики. Примеры метрических пространств с метриками. Тема 2.3. Полные метрические пространства. Определение, примеры. Тема 2.4. Теорема о вложенных шарах. Теорема о пополнении. Приложение теоремы о пополнении к построению интеграла Лебега и лебеговских пространств.

Раздел 3. Компактность в топологических и метрических пространствах. Тема 3.1. Определение компактного пространства. Теорема Хаусдорфа. Свойства непрерывных отображений в метрических пространствах. Тема 3.2. Принцип сжимающих отображений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Интегральные уравнения Вольтерра и Фредгольма.

Раздел 4. Линейные нормированные пространства (ЛНП). Тема 4.1. Определение и примеры линейных пространств. Норма ЛНП. Полные пространства. Банаховы пространства. Примеры ЛНП. Тема 4.2. Эквивалентные нормы, теорема об эквивалентности норм в конечномерных пространствах. Примеры использования эквивалентных норм.

Раздел 5. Предгильбертово пространство. Скалярное произведение. Тема 5.1. Непрерывность в предгильбертовом пространстве. Тема 5.2. Теорема о параллелограмме. Тема 5.3. Ортогональность в предгильбертовом пространстве. Тема 5.4. Ортогональное дополнение.

Раздел 6. Гильбертово пространство. Тема 6.1. Определение гильбертова пространства. Норма в гильбертовом пространстве. Тема 6.2. Теорема об ортогональном разложении гильбертова пространства. Тема 6.3. Изоморфизм гильбертова пространства. Тема 6.4. Ортогональные системы элементов в гильбертовом пространстве. Теорема Шмидта об ортогонализации. Тема 6.5. Неравенство Бесселя. Тема 6.6. Полнота и замкнутость ОНС.

Раздел 7. Линейные операторы. Тема 7.1. Определение линейного оператора, непрерывный оператор, теорема об однородности ЛНО. Тема 7.2. Ограниченные операторы. Тема 7.3. Норма оператора. Тема 7.4. Обратный оператор, теорема Банаха об обратном операторе. Тема 7.5. Пространство линейных ограниченных операторов. Тема 7.6. Равномерная и поточечная сходимость. Тема 7.7. Теорема Банаха – Штейнхауза. Тема 7.8. Спектр и резольвента линейного оператора.

Раздел 8. Линейные интегральные уравнения. Тема 8.1. Уравнения Фредгольма. Тема 8.2. Уравнения Вольтерра. Тема 8.3. Резольвента интегрального оператора.

Раздел 9. Функционалы. Тема 9.1. Понятие функционала. Тема 9.2. Теорема Хана – Банаха (о продолжении), следствия теоремы. Тема 9.3. Аналитическое представление линейных ограниченных функционалов. Тема 9.4. Норма функционала. Теорема Рисса.

Раздел 10. Сопряженные пространства. Тема 10.1. Конкретная реализация сопряженных пространств с точностью до изоморфизма.

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Разработчик: к. ф. -м. н., доцент Е. Ю. Гражданцева.