Аннотация рабочей программы дисциплины

Направление подготовки: 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»
Тип образовательной программы: академический бакалавриат
Направленность (профиль): Информационная сфера
Квалификация (степень) выпускника: бакалавр
Форма обучения: очная

1. Наименование дисциплины

Б1.Б.9 Алгебра

2. Цели и задачи дисциплины (модуля):

Дисциплина "Алгебра" обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, является одной из базовых дисциплин фундаментального образования, содействует формированию мировоззрения и развитию логического мышления.

Цель дисциплины – обеспечение фундаментальной подготовки студентов в одной из важнейших областей современной математики; изучение основ классической и современной алгебры; обучение основным алгебраическим методам решения задач, возникающих в других математических дисциплинах и в практике; знакомство с историей развития алгебры.

Задачи дисциплины:

- раскрыть роль алгебры в фундаментальной и прикладной математике, сформулировать основные задачи классической и современной алгебры;
- научить формулировать и излагать теоретические вопросы в общем виде, анализировать накопившийся конкретный материал с общих позиций, создавая основу для введения фундаментальных понятий алгебры;
- научить основным методам исследования и решения задач.

3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Процесс изучения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

– способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-1).

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основные понятия алгебры, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

Уметь: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области алгебры.

Владеть: математическим аппаратом уравнений алгебры, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Вид учебной работы	**Всего часов / зачетных единиц**	**Семестры**	
		1	2
Аудиторные занятия (всего)	154	66	88
В том числе:			

Лекции	70	30	40
Практические занятия (ПЗ)	70	30	40
Контроль самостоятельной работы студентов	14	6	8
Самостоятельная работа (всего)	44	6	38
В том числе:			
Подготовка к зачету/экзамену	90	36	54
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		Экзамен	Экзамен
Общая трудоемкость часы	288	108	180
зачетные единицы	8	3	5

5. Краткая характеристика содержания учебной дисциплины

Тема 1. Векторно-матричные операции.

Векторное пространство R^n: понятие *n*-мерного вектора; обозначения; пространство R^n; длина вектора; сравнение векторов; арифметические действия с векторами и линейная зависимость; скалярное произведение векторов; расстояние между точками; угол между векторами; неравенства для длин векторов; стандартный базис в R^n; разложение вектора по базису; параметрические уравнения прямой, луча и отрезка.

Линейные функции, уравнения и неравенства: линейные функции векторного аргумента, уравнения и плоскости в R^n; линейные неравенства и полупространства.

Матрицы и матричные операции: понятие матрицы; некоторые специальные матрицы; строчная и столбцевая структура матриц; действия с матрицами.

Умножение матрицы на вектор и линейные преобразования: определители матриц 2-го порядка; определители матриц 3-го порядка; общий случай: вычисление определителя матрицы *n*-мерного порядка; теорема о равноправии строк и столбцов определителя; свойства определителей; практическое вычисление определителей.

Тема 2. Системы линейных уравнений.

Системы линейных уравнений начальные понятия; система линейных уравнений в развернутой форме записи, понятие совместности и решения системы; векторно-матричные формы записи линейных систем; постановка основных вопросов, связанных с линейными системами.

Метод исключения Гаусса: схема метода.

Линейная зависимость и базисы: линейная зависимость векторов: развернутое изложение вопроса; формулировка основной теоремы; базисы и разложение вектора по произвольному базису; критерий существования нетривиальных решений однородной системы; доказательство основной теоремы.

Обратные матрицы: определение, критерий существования и свойства обратной матрицы; формула вычисления обратной матрицы.

Решение систем уравнений с обратимой матрицей: решение с помощью обратной матрицы; решение по формулам Крамера.

Ранг матрицы: определение и теорема о ранге матрицы; методы вычисления ранга матрицы; ранг и условия обратимости матрицы.

Решение произвольных систем линейных уравнений: условие совместности: теорема Кронеккера-Капелли; решение совместной системы; матричное представление общего решения; базисные решения.

Тема 3. Линейные векторные пространства и подпространства.

Определение линейного пространства (ЛП); примеры. Конечномерные и бесконечномерные ЛП. Линейные комбинации, линейные оболочки и линейно независимые системы векторов ЛП. Базисы конечномерного ЛП (линейная оболочка векторов, на которые натянуто ЛП); размерность ЛП. Подпространства ЛП и линейные (аффинные) многообразия ЛП (сдвиги подпространств). Базисы и размерность подпространств в R^n.

Линейные преобразования (отображения) конечномерных ЛП. Взаимно однозначное соответствие между линейными преобразованиями и матрицами. Образ и ядро линейного преобразования A ($R(A)$ и $N(A)$) и двойственного (сопряженного) к нему ($R\left(A^T\right)$ и $N\left(A^T\right)$).

Тема 4. Евклидовы и унитарные пространства.

Скалярное произведение и его свойства. Примеры евклидовых и унитарных пространств. Превращение конечномерного пространства в евклидово (унитарное) пространство. Длина вектора и нормирование вектора. Ортогональные системы векторов и их свойства. Ортогональный базис, ортонормированный базис и их существование: процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение линейного подпространства евклидова пространства, ортогональная проекция вектора на подпространство. Линейная замена, сохраняющая сумму квадратов, и ортогональные матрицы: эквивалентные определения и свойства. Матрицы перехода от ортонормированного базиса к другому ортонормированному базису. Ортогональные преобразования евклидова пространства и их свойства. Симметрические преобразования евклидова пространства и их свойства: матрица симметрического преобразования в ортонормированном базисе, характеристические корни симметрического преобразования, диагонализируемость симметрического преобразования.

Тема 5. Квадратичные формы и знакоопределенные матрицы.

Определение квадратичной формы. Представление с использованием симметричной матрицы и скалярного произведения.

Знакоопределенные квадратичные формы и симметричные матрицы; примеры. Приложения: достаточные условия экстремума второго порядка; критерии выпуклости (вогнутости) функции нескольких переменных. Главные и ведущие (угловые) миноры симметричной матрицы. Критерий знакоопределенности квадратичных форм (в терминах главных миноров).

Тема 6. Собственные значения, собственные векторы матриц и динамика.

Задачи, приводящие к понятию собственного значения матрицы: примеры линейных систем разностных и дифференциальных уравнений (модели популяции Лесли и безработицы).

Определение собственного значения матрицы; характеристический полином (многочлен); собственные векторы матрицы. Линейная независимость собственных векторов и диагонализация матриц в случае различных действительных собственных значений. Применение к нахождению общего решения системы линейных разностных уравнений; устойчивость равновесия.

Связь собственных значений со следом и определителем матрицы. Недиагонализируемые (дефектные) матрицы. Обобщенные собственные векторы матриц второго и третьего порядка.

Комплексные собственные значения и векторы. Приложения к нахождению общего решения системы разностных уравнений второго порядка и марковским процессом.

Собственные значения симметричных матриц: действительность всех собственных значений; ортогональность собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям; диагонализируемость. Ортогональные матрицы и их свойства.

Собственные значения и знакоопределенные квадратичные формы: преобразование форм к каноническому виду преобразованием переменных с ортогональной матрицей перехода и критерии знакоопределенности.

6. Форма промежуточной аттестации:

экзамен в 1 и 2 семестрах

7. Разработчик аннотации

заведующий кафедрой вычислительной математики и оптимизации д.ф.-м.н. В. А. Дыхта