



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»
Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ
Декан физического факультета
/ Н.М. Буднев
«20» _____ 2017 г.

Рабочая программа дисциплины

Наименование дисциплины: Б1.Б.14.6 Интегральные уравнения и вариационное исчисление

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Тип образовательной программы: академический бакалавриат

Направленность (профиль): Солнечно-земная физика

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Согласовано с УМК:
физического факультета
Протокол № 8 от «19» июня 2017 г.

Зам. председателя к.ф.-м.н., доцент
Чумак В.В Чумак

Рекомендовано кафедрой:
теоретической физики
Протокол № 8
от «31» мая 2017 г.
Зав.кафедрой к.ф.-м.н., доцент
Ловцов С.В. Ловцов

Иркутск 2017 г.

Содержание

1. Цели и задачи дисциплины (модуля):	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП:	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):	4
4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы (разделяется по формам обучения)	4
5. Содержание дисциплины (модуля)	4
5.1. Содержание разделов и тем дисциплины (модуля)	4
5.2. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами.....	6
5.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий.....	6
6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ	7
6.1. План самостоятельной работы студентов	7
6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.....	9
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии).....	9
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):	10
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля):.....	11
10. Образовательные технологии:	11
11. Оценочные средства (ОС):	11
12. Приложение: ФОС.....	12

1. Цели и задачи дисциплины (модуля):

При изучении дисциплины «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» студенты осваивают математический аппарат, необходимый для изучения важнейших разделов физики, таких как теоретическая механика, электродинамика, квантовая механика, термодинамика, физическая кинетика. Знания, полученные при изучении курса, формируют математическую культуру и составляют основу естественнонаучного подхода к исследованию природных явлений.

Цели курса

Целью курса «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» является изучение однородных и неоднородных линейных интегральных уравнений и их свойств, на основе которых создаются математические модели физических явлений и законов в линейном приближении; изучение понятия функционала и его свойств, представляющих собой математическую основу фундаментальных физических законов.

Задачи курса

- изучение и овладение методами решения интегральных уравнений;
- изучение понятия функционала;
- овладение навыками варьирования функционалов;
- изучение методов и приемов математических доказательств теорем и утверждений;
- формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний при исследовании и построении математических моделей;
- овладение студентами знаний по применению интегральных уравнений и вариационного исчисления в различных разделах физики при исследовании физических явлений.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» входит в базовую часть общенаучного цикла ОПОП и относится к обязательным дисциплинам. «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» является продолжением цикла математических дисциплин и предполагает знание математического анализа, векторного и тензорного анализа, линейной алгебры и дифференциальных уравнений. Кроме того, данный курс содержит множество примеров из области физики, т.е. студент должен обладать знаниями не только по высшей математике, но и по общей физике. Таким образом, для освоения данной дисциплины студент должен обладать знаниями по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Векторный и тензорный анализ», «Дифференциальные уравнения», «Теоретическая механика».

3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Процесс изучения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

- способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК-2).

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: существующие виды интегральных уравнений; методы решения интегральных уравнений различных видов; основные принципы вариационного исчисления; физические примеры, приводящие к необходимости решения интегрального уравнения или поиска экстремума функционала.

Уметь: решать однородные и неоднородные линейные интегральные уравнения; варьировать функционалы; находить экстремум функционала.

Владеть: приемами и методами доказательства математических теорем; методами решения соответствующих уравнений в требуемом приближении; методами поиска экстремума и условного экстремума функционала.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы (разделяется по формам обучения)

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Семестры	
		4	
Аудиторные занятия (всего)	44 / 1,2	44	
В том числе:	-	-	-
Лекции	20 / 0,6	20	
Практические занятия (ПЗ)	20 / 0,6	20	
Контроль самостоятельной работы (КСР)	4/0,1	4	
Самостоятельная работа (всего)	28/ 0,8	28	
Вид промежуточной аттестации (зачет)			
Контактная работа (всего)	47/1,3	47	
Общая трудоемкость	часы	72	72
	зачетные единицы	2	2

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Содержание разделов и тем дисциплины (модуля)

Раздел 1 Введение в теорию интегральных уравнений

Тема 1. Определение интегрального уравнения (ИУ), линейного ИУ, классификация линейных интегральных уравнений (уравнения Фредгольма и Вольтерра первого и второго рода, однородные, неоднородные). Ядро, свободный член ИУ, требова-

ния к ядру и свободному члену. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям (к уравнению Вольтерра и уравнению Фредгольма). Сведение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения n -порядка к уравнению Вольтерра II рода.

- Тема 2. Интегральное уравнение Фредгольма II рода. Определение собственного значения и собственной функции ядра интегрального уравнения. Операторная форма интегрального уравнения. Аналогия между линейным интегральным уравнением и системой линейных алгебраических уравнений.
- Тема 3. Однородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Сведение его решения к решению системы алгебраических уравнений. Теорема о конечном числе собственных значений вырожденного ядра (с доказательством). Неоднородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Определитель Фредгольма, сопряженное к данному интегральное уравнение.
- Тема 4. Теорема Фредгольма об альтернативе (с доказательством). Вторая теорема Фредгольма (с доказательством). Третья теорема Фредгольма (с доказательством).
- Тема 5. Теорема о том, что однородное ИУ и сопряженное к нему ИУ имеют одно и то же число линейно независимых решений. Нахождение комплексного решения ИУ в случае комплексного ядра и свободного члена.
- Тема 6. Метод последовательных приближений для решения ИУ. Теорема о существовании и единственности решения ИУ в случае достаточной малости параметра λ (с доказательством на основании теоремы о неподвижной точке оператора).
- Тема 7. Резольвента. Свойства резольвенты. Выражение для резольвенты в случае вырожденного ядра. Случай ядра, близкого к вырожденному (сведение ИУ с таким ядром к уравнению с вырожденным ядром).
- Тема 8. Уравнение Вольтерра II рода. Теорема об отсутствии собственных значений уравнения Вольтерра II рода. Нахождение решения уравнения Вольтерра II рода методом последовательных приближений.
- Тема 9. Резольвента уравнения Вольтерра II рода, повторные ядра для этого случая. Интегральное уравнение Вольтерра I рода. Сведение его к уравнению II рода.
- Тема 10. Случай ИУ Фредгольма II рода с симметричным ядром. Свойства собственных значений и собственных функций такого ядра (ортогональность СФ, отвечающих различным СЗ; вещественность всех СЗ; возможность выбора ортонормированного набора СФ, соответствующих одному СЗ). Формула Шмидта для решения уравнения с симметричным ядром.
- Тема 11. Задача Штурма – Лиувилля. Постановка, физические примеры; сведение задачи Штурма – Лиувилля к интегральному уравнению.
- Тема 12. Интегральное уравнение Фредгольма I рода как некорректно поставленная задача. Определение корректно поставленной задачи. Доказательство, что ИУ Фредгольма II рода является корректной задачей.

Раздел 2. Введение в вариационное исчисление

- Тема 13. Понятие функционала. Понятия вариации аргумента функционала, непрерывности функционала, близости функций в разных порядках. Определение линейного функционала. Понятие вариации функционала как линейной части его приращения и как производной по параметру.
- Тема 14. Определение экстремума функционала. Сильный и слабый экстремум. Необходимое условие экстремума. Вывод уравнения Эйлера, понятие экстремали.
- Тема 15. Понятие поля экстремалей. Условие Якоби возможности включения экстремали в поле. Достаточное условие экстремума функционала (сильного и слабого).
- Тема 16. Условный экстремум функционала. Изопериметрическая задача: теорема Эйлера.
- Тема 17. Задача Лагранжа при наличии связей.
- Тема 18. Геодезические линии.

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин						
		13	14	15	16	17	18	19
1.	Квантовая теория							
2.	Методы математической физики	1	2	3	4	5	6	7
3.	Теория групп	7	8	9	13	14		
4.	Введение в квантовую теорию поля	13	14	15				

5.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Раздел	Тема	Виды занятий в часах			
			Лекц.	Практ.	СРС	Всего
1.	Раздел 1	Тема 1	2	2	1	5
2.		Тема 2	2	2	1	5
3.		Тема 3	1	1	1	3
4.		Тема 4	1	1	1	3
5.		Тема 5	1	1	1	3
6.		Тема 6	1	1	1	3
7.		Тема 7	1	1	1	3
8.		Тема 8	1	1	1	3
9.		Тема 9	1	1	2	4
10.		Тема 10	1	1	2	4
11.		Тема 11	1	1	2	4
12.		Тема 12	1	1	2	4
13.	Раздел 2	Тема 13	1	1	2	4
14.		Тема 14	1	1	2	4
15.		Тема 15	1	1	2	4
16.		Тема 16	1	1	2	4
17.		Тема 17	1	1	2	4
18.		Тема 18	1	1	2	4

6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	Раздел 1, Тема 1, 2, 3	Уравнения Фредгольма II рода с вырожденным ядром.	5	Задание на семинаре в виде задач	ОПК-2
2.	Раздел 1, Тема 4, 5	Неоднородные уравнения Фредгольма с вырожденным ядром.	2	Задание на семинаре в виде задач	
3.	Раздел 1, Тема 6, 7	Метод последовательных приближений	2	Задание на семинаре в виде задач	
4.	Раздел 1, Тема 8, 9	Решение уравнений Вольтерра.	2	Задание на семинаре в виде задач	
5.	Раздел 1, Тема 10, 11, 12	Уравнения с симметричными ядрами.	3	Задание на семинаре в виде задач	
6.	Раздел 2, Тема 13, 14	Вариационное исчисление. Поиск экстремалей.	2	Задание на семинаре в виде задач	
7.	Раздел 2, Тема 15, 16	Условный экстремум функционала. Изопериметрическая задача.	2	Задание на семинаре в виде задач	
8.	Раздел 2, Тема 17	Условный экстремум функционала. Геодезическая задача.	1	Задание на семинаре в виде задач	
9.	Раздел 2, Тема 18	Условный экстремум функционала. Задача Лагранжа	1	Задание на семинаре в виде задач	

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Часы
1	Определение интегрального уравнения, линейного ИУ, классификация линейных интегральных уравнений	Внеаудиторная, решение задач	Решение дополнительных интегральных уравнений Фредгольма II рода.	Источники из основной и дополнительной литературы по теме практических занятий; Образовательные ресурсы, доступные по логину и паролю, пре-	1
2	Операторная форма интегрального уравнения.	Внеаудиторная, решение задач	Сведение задачи Коши n-порядка к интегральному уравнению		1
3	Однородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром.	Внеаудиторная, решение задач	Решение дополнительных интегральных уравнений Фредгольма II рода с вырожденным ядром.		1

4	Теорема Фредгольма об альтернативе	Внеаудиторная, решение задач	Решение дополнительных интегральных уравнений Фредгольма II рода с вырожденным и невырожденным ядром.	доставляемым Научной библиотекой ИГУ и Сторонние сайты	1
5	Теорема о том, что однородное ИУ и сопряженное к нему ИУ имеют одно и то же число линейно независимых решений.	Внеаудиторная, решение задач	Решение комплексных интегральных уравнений Фредгольма		1
6	Метод последовательных приближений для решения ИУ.	Внеаудиторная, решение задач	Решение дополнительных интегральных уравнений методом последовательных приближений.	Источники из основной и дополнительной литературы по теме практических занятий; Образовательные ресурсы, доступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ и Сторонние сайты	1
7	Резольвента.	Внеаудиторная, решение задач	Решение дополнительных интегральных уравнений методом нахождения резольventы.		1
8	Уравнение Вольтерра II рода.	Внеаудиторная, решение задач	Сведение интегрального уравнения Вольтерра к интегральному уравнению Фредгольма.		1
9	Резольвента уравнения Вольтерра II рода.	Внеаудиторная, решение задач	Решение дополнительных интегральных уравнений Вольтерра методом нахождения резольventы.		2
10	Случай ИУ Фредгольма II рода с симметричным ядром.	Внеаудиторная, решение задач	Решение дополнительных интегральных уравнений с симметричным ядром.		2
11	Задача Штурма – Лиувилля.	Внеаудиторная, решение задач	Сведение задачи Штурма – Лиувилля к интегральному уравнению.		2
12	Интегральное уравнение Фредгольма I рода как некорректно поставленная задача.	Внеаудиторная, решение задач	Изучить регуляризующий алгоритм Тихонова.		2
13	Понятие функционала.	Внеаудиторная, решение задач	Найти физические примеры, в которых фигурируют функционалы		2
14	Определение экстремума функционала. Сильный и слабый экстремум.	Внеаудиторная, решение задач	Решение дополнительных примеров по поиску экстремума функционала.		2
15	Понятие поля экстремалей. Условие Якоби возможности включения экстремали в поле.	Внеаудиторная, решение задач	Графическое представление поля экстремалей.		2

16	Условный экстремум функционала. Изопериметрическая задача	Внеаудиторная, решение задач	Решение дополнительных изопериметрических задач		2
17	Задача Лагранжа при наличии связей.	Внеаудиторная, решение задач	Решение дополнительных задач по поиску условного экстремума в задаче Лагранжа.		2
18	Геодезические линии.	Внеаудиторная, решение задач	Решение дополнительных геодезических задач.		2

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

В разделе 6.1. студентам для самостоятельного углубленного изучения дисциплины (параллельно с лекциями) предлагаются задачи по изучаемым разделам и график их изучения. Предполагается, что студент самостоятельно изучит дополнительные параграфы по пройденной теме, представленные в литературе из п. 8, а затем решит предложенные в п. 6.1 квантово-механические задачи. Оценка самостоятельной работы студентов проводится в виде контрольных опросов на практических занятиях.

7. Примерная тематика курсовых работ (проектов) (при наличии)

Учебным планом не предусмотрено написание курсовых работ (проектов).

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

а) основная литература

1. Краснов М. Л. Вариационное исчисление. Задачи и примеры с подробными решениями: учеб. пособие для студ. вузов / М. Л. Краснов, Г. И. Макаренко, А. И. Киселев. - 3-е изд., испр. - М. : Либроком, 2010. - 168 с. - ISBN 978-5-397-01274-4 нф А625989; физмат 32323(25 экз.); физмат 32323(40 экз.)
2. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах : учеб. пособие / А. Б. Васильева [и др.]. - 3-е изд., испр. - СПб. : Лань, 2010. - 429 с. - ISBN 978-5-8114-0988-4 нф А625474; физмат 31398(50 экз.)

б) дополнительная литература

сверено с ФБ ЧГУ Ф

1. Краснов М. Л. Интегральные уравнения. Введение в теорию : учеб. пособие для студ. вузов / М. Л. Краснов. - 2-е изд., стер. - М. : КомКнига, 2006. - 303 с. (нф А602396, 1 экз.)
2. Краснов М. Л. Вариационное исчисление : учеб. пособие для вузов / М. Л. Краснов, Г. И. Макаренко, А. И. Киселев. - М. : Наука, 1973. - 191 с. (нф 959201; нф 203057пф, 2 экз.)
3. Васильева А. Б. Интегральные уравнения : учеб. для студ. физич. спец. и спец. "Приклад. математика" / А. Б. Васильева, Н.А. Тихонов. - 2-е изд. - М. : Физматлит, 2004. - 159 с. физмат 19123(24 экз.); физмат 19123(5 экз.)
4. Краснов М. Л. Интегральные уравнения : задачи и примеры с подробными решениями: Учеб. пособие для студ. вузов / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко. - 3-е изд., испр. . - М. : Едиториал УРСС, 2003. - 190 с. нф А581448; физмат 19183(18 экз.); физмат 19183(20 экз.)
5. Эльсгольц Л. Э. Вариационное исчисление : учеб. для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов / Л. Э. Эльсгольц. - 6-е изд. - М. : КомКнига, 2006. - 205 с. (нф А602349, 1 экз.)

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

<http://library.isu.ru/> - Научная библиотека ИГУ;

Образовательные ресурсы, доступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ:

- <https://isu.bibliotech.ru/> - ЭЧЗ «БиблиоТех»;
- <http://e.lanbook.com> - ЭБС «Издательство «Лань»;
- <http://rucont.ru> - ЭБС «Руcont» - межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний, а также аудио-, видео-, мультимедиа софт и многое другое;
- <http://ibooks.ru/> - ЭБС «Айбукс»- интернет ресурсы в свободном доступе.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля):

Для проведения занятий лекционного типа в качестве демонстрационного оборудования используется меловая доска. Наглядность обеспечивается путем изображения схем, диаграмм и формул с помощью мела. Использование глобальной компьютерной сети позволяет обеспечить доступность Интернет-ресурсов и реализовать самостоятельную работу студентов. На лекциях могут использоваться мультимедийные средства: проектор, переносной экран, ноутбук. На факультете имеется компьютеризированная аудитория, предназначенная для самостоятельной работы, с неограниченным доступом в Интернет.

10. Образовательные технологии:

Задачи изложения и изучения дисциплины реализуются в следующих формах деятельности:

- лекции, нацеленные на получение необходимой информации, и ее использование при решении практических задач;
- практические занятия, направленные на активизацию познавательной деятельности студентов и приобретения ими навыков решения практических и проблемных задач;
- консультации –еженедельно для всех желающих студентов;
- самостоятельная внеаудиторная работа направлена на приобретение навыков самостоятельного решения задач по дисциплине;
- текущий контроль за деятельностью студентов осуществляется на лекционных и практических занятиях в ходе самостоятельного решения задач, в том числе у доски.

11. Оценочные средства (ОС):

Фонд оценочных средств представлен в приложении.

11.1. Оценочные средства для входного контроля: не требуются.

Разработчики:


(подпись)

доцент
кафедры теоретической физики

И.А. Перевалова

Программа рассмотрена на заседании кафедры теоретической физики
«31» мая 2017 г.

Протокол № 8 Зав. кафедрой _____ С.В. Ловцов



Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.