



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»
Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ

Декан (директор)

“20” июня 2017 г.



Рабочая программа дисциплины

Наименование дисциплины: Б1.Б.14.4 Векторный и тензорный анализ

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Тип образовательной программы: Академический бакалавриат

Направленность (профиль) подготовки: Фундаментальная физика

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Форма обучения: Очная

Согласовано с УМК физического факультета

Протокол №8 от «19» июня 2017 г.

Зам. председателя _____

В.В. Чумак

Рекомендовано кафедрой:

Протокол №8

От «31» мая 2017 г.

Зав. кафедрой _____

С.В. Ловцов

Иркутск 2017 г.

Содержание

1. Цели и задачи дисциплины (модуля):.....	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП:.....	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):.....	4
4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы.....	4
5. Содержание дисциплины (модуля).....	5
6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ.....	6
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов).....	7
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):.....	7
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля).....	8
10. Образовательные технологии:.....	8
11. Оценочные средства (ОС).....	8
Приложение: фонд оценочных средств	

1. Цели и задачи дисциплины (модуля):

Цели дисциплины

- Воспитание высокой математической культуры;
- Привитие навыков современных видов математического мышления;
- Привитие навыков использования методов и основ векторного и тензорного анализа в научной и инженерной деятельности.

Векторный и тензорный анализ дает мощные методы исследования скалярных, векторных (тензорных) полей, основанные на применении методов и понятий алгебры, а также дифференциального и интегрального исчисления. Векторный и тензорный анализ по праву является одним из ключевых элементов математического аппарата современной физики.

Целью курса в третьем семестре является изучение теории скалярных, векторных полей с позиций тензорного анализа, освоение технологий работы с тензорными объектами и операциями векторного анализа, освоение основополагающей идеи инвариантности величин, представляющих физические объекты, их трансформационных свойств.

Задачи дисциплины

Воспитание у студентов математической культуры включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке, выработку представлений о роли и месте математики и конкретно векторного и тензорного анализа, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.

Освоение студентами на первом курсе понятий и методов дифференциального и интегрального исчисления для функций одной и нескольких переменных позволяет в третьем семестре дать систематическое изложение теории векторнозначных функций. Здесь используются также знания, полученные студентами в курсе линейной алгебры (2 семестр). Вводится фундаментальное понятие тензора, стрессовым является требование инвариантности теории относительно вращений декартовой системы координат. Это позволяет наиболее естественным и строгим образом определить алгебраические и дифференциальные операции векторного анализа, развить соответствующую технику вычислений, дать регулярное изложение интегральных соотношений векторного анализа.

Данный курс призван решать следующие задачи:

- овладение понятиями и методами векторного и тензорного анализа;
- повышение математической культуры применения методов и приемов определения математических понятий, понимание их физического смысла, доказательств теорем и утверждений, в том числе «на физическом уровне строгости»;
- формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» входит в базовую часть ОПОП.

Входные знания, умения и компетенции студента соответствуют требованиям изученных к этому времени дисциплин «Математический анализ» (1-2й семестр) и «Линейная алгебра».

Математическое образование студентов должно быть широким, общим, то есть достаточно фундаментальным. Фундаментальность математической подготовки включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, разумную точность формулировок математических свойств изучаемых объектов, логическую строгость изложения математики, опирающуюся на адекватный современный математический язык. Векторный и тензорный анализ является одной из основ математического образования физика, основой изучения других математических дисциплин (теории дифференциальных уравнений, методов математической физики и т.д.) и

фактически является языком физики.

Знания, полученные при изучении данного курса, являются важнейшим элементом математической культуры физика. Они составляют базу для дальнейшего глубокого освоения основных физических дисциплин – теоретической механики, электродинамики, квантовой механики, а также дисциплин по специальности.

3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Процесс изучения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

<p>ОПК-2: способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей</p>	<p>Знать: основы теории потенциальных векторных полей, основы работы с векторными полями в криволинейных ортогональных системах координат, выражения для дивергенции и лапласиана в декартовой системе координат Уметь: выполнять вычисления с векторами в различных системах координат. Владеть: приемами дифференцирования векторных и тензорных полей</p>
---	---

Изучение курса способствует развитию общеобразовательных умений студента:

- приобретать новые знания, основываясь на полученных при изучении курса знаниях и умениях;
- собирать, обрабатывать и интерпретировать данные, необходимые для формирования суждений по соответствующим проблемам;
- использовать в познавательной и профессиональной деятельности навыки работы с информацией из различных источников;
- применять на практике и в научно-исследовательской деятельности базовые профессиональные знания;
- использовать полученные специализированные знания для освоения профильных физических дисциплин (в соответствии с профилем подготовки);
- понимать и излагать получаемую информацию.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Семестры			
		3	-	-	-
Аудиторные занятия (всего)	58/1,6	58	-	-	-
В том числе:	-	-	-	-	-
Лекции	18/0,5	18	-	-	-
Практические занятия (ПЗ)	36/1	36	-	-	-
Самостоятельная работа студентов	14/0,4	14	-	-	-
<i>КСР</i>	4/0,1	4	-	-	-
Контактная работа	59/1,6	59			
Вид промежуточной аттестации: зачет	-	-	-	-	-
Общая трудоемкость часов зачетные единицы	72	72	-	-	-
	2	2	-	-	-

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Содержание разделов и тем дисциплины (модуля). Все разделы и темы нумеруются.

1. Алгебра тензоров Преобразование компонент трехмерного вектора при вращении системы координат, ортогональность матрицы вращения. Определение тензора n-го ранга. Алгебра тензоров: внешнее произведение, теорема о свертке. Единичный антисимметричный тензор ε_{ijk} (символ Леви-Чивита) и теория детерминантов. Векторное и смешанное произведение векторов как свертка с ε_{ijk} . Свойства. Геометрический смысл. Свертка $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}$ и формула В(AC)-С(AB). Отражение системы координат. Тензоры и псевдотензоры.

2. Дифференцирование векторных полей Скалярные поля (преобразование, индуцированное инвариантностью). Векторные поля (закон преобразования). Оператор набла. Градиент – векторное поле, дивергенция – скалярное поле. Геометрический смысл. Ротор. Примеры вычисления.

3. Интегрирование векторных полей. Физический смысл дивергенции. Физический смысл ротора. Три условия потенциальности поля. Ортогональные криволинейные системы координат. Выражения для градиента, дивергенции и лапласиана в криволинейной ортогональной системе координат.

4 Скалярные и векторные поля в физике. Формулировка теоремы Гельмгольца. Векторный потенциал.

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин (вписываются разработчиком)				
		Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	
1.	Теоретическая механика	Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	
2.	Электродинамика	Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	
3.	Квантовая механика	Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	
4.	Дисциплины по специальности	Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	

5.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Виды занятий в часах			
		Лекц.	Практ. зан.	СРС	Всего
1.	Алгебра тензоров	5	10	4	19
2.	Дифференцирование векторных полей	5	10	4	19
3.	Интегрирование векторных полей	5	10	4	19
4.	Скалярные и векторные поля в физике	3	6	2	11

6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	1	Преобразование компонент трехмерного вектора при вращении системы координат, ортогональность матрицы вращения. Определение тензора n-го ранга.	2	зачет	ОПК-2
2.	1	Алгебра тензоров: внешнее произведение, теорема о свертке. Единичный антисимметричный тензор ε_{ijk} (символ Леви-Чивита) и теория детерминантов.	4	зачет	ОПК-2
3.	1	Векторное и смешанное произведение векторов как свертка с ε_{ijk} . Свойства. Геометрический смысл. Свертка $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}$ и формула В(AC)-С(AB).	2	зачет	ОПК-2
4.	2	Скалярные поля (преобразование, индуцированное инвариантностью). Векторные поля (закон преобразования)	4	зачет	ОПК-2
5.	2	Оператор набла. Градиент – векторное поле, дивергенция – скалярное поле.	2	зачет	ОПК-2
6.	2	Градиент – векторное поле, дивергенция – скалярное поле. Примеры вычисления	2	зачет	ОПК-2
7.	2	. Градиент – векторное поле, дивергенция – скалярное поле. Геометрический смысл	4	зачет	ОПК-2
8.	2	Ротор. Примеры вычисления	2	зачет	ОПК-2
9.	3	Физический смысл дивергенции.	2	зачет	ОПК-2
10.	3	Физический смысл ротора	2	зачет	ОПК-2
11.	3	Три условия потенциальности поля.	4	зачет	ОПК-2
12.	3	Ортогональные криволинейные системы координат. Выражения для градиента, дивергенции и лапласиана в криволинейной ортогональной системе координат	2	зачет	ОПК-2
13.	4	Потенциальные поля.	2	зачет	ОПК-2
14.	4	Формулировка теоремы Гельмгольца. Векторный потенциал.	2	зачет	ОПК-2

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-4	Алгебра тензоров	Внеаудиторная, решение задач	1 (задачи параграфов 1,2), 3 (№№1-8)	1, 2,3	4
5-11	Дифференцирование векторных полей	Внеаудиторная, решение задач	3 (№№19-18)	2,3,7	4
12-16	Интегрирование векторных полей	Внеаудиторная, решение задач	4 (№№1-15)	1,2,4,5	4
16-17	Скалярные и векторные поля в физике	Внеаудиторная, решение задач	4 (№№17-21)	4,7	2

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Основная задача высшего образования заключается в формировании творческой личности специалиста, способного к саморазвитию, самообразованию, инновационной деятельности. Самостоятельная работа реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий - на лекциях, практических и семинарских занятиях, при выполнении лабораторных работ.
2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания - на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.
3. В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.

Границы между этими видами работ достаточно размыты, а сами виды самостоятельной работы пересекаются. Таким образом, самостоятельная работа студентов может быть как в аудитории, так и вне ее.

В стандартах высшего профессионального образования на внеаудиторную работу отводится не менее половины бюджета времени.

7. Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Учебным планом не предусмотрено написание курсовых работ.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

а) основная литература

1. Сокольников И.С. Тензорный анализ: Теория и применения в геометрии и в механике сплошных сред, 2007. (100)
2. Батыгин В.В., Топтыгин Н.Н. Сборник задач по электродинамике и специальной теории относительности, 2010. (в библиотеке 100 экз.)

Сверено с ФБ ЧГУ

б) дополнительная литература

3. Дифференцирование векторных полей. Мангазеев Б.В.
http://educa.isu.ru/file.php/112/Posobie_Mangazeev_BV/index.htm
4. Интегрирование векторных полей, криволинейные системы координат Мангазеев Б.В.
<http://educa.isu.ru/file.php/112/chast2/index.htm>
5. Демидович Б.П. Сборник задач по математическому анализу, 2009 (10)
6. Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды, 2002 (31)

в) программное обеспечение: не предусмотрено

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

базы данных, информационно-справочные и поисковые системы: интернет ресурсы в свободном доступе, на сайте ИГУ www.isu.ru и физического факультета ИГУ.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебная аудитория для проведения лекционных и практических занятий. Для проведения занятий лекционного типа в качестве демонстрационного оборудования используется меловая доска. Наглядность обеспечивается путем изображения схем, диаграмм и формул с помощью мела. Использование глобальной компьютерной сети позволяет обеспечить доступность Интернет-ресурсов и реализовать самостоятельную работу студентов. На лекциях могут использоваться мультимедийные средства: проектор, переносной экран, ноутбук. На факультете имеется компьютеризированная аудитория, предназначенная для самостоятельной работы, с неограниченным доступом в Интернет.

Материалы: учебно-методические пособия, задания для аудиторной и самостоятельной работы студентов.

10. Образовательные технологии:

Задачи изложения и изучения дисциплины реализуются в следующих формах деятельности:

- лекции, нацеленные на получение необходимой информации, и ее использование при решении практических задач;
- практические занятия, направленные на активизацию познавательной деятельности студентов и приобретения ими навыков решения практических и проблемных задач;
- консультации –еженедельно для всех желающих студентов;
- самостоятельная внеаудиторная работа направлена на приобретение навыков самостоятельного решения задач по дисциплине;
- текущий контроль за деятельностью студентов осуществляется на лекционных и практических занятиях в ходе самостоятельного решения задач, в том числе у доски.

11. Оценочные средства (ОС)

Фонд оценочных средств представлен в приложении.

11.1. Оценочные средства для входного контроля: не требуются.

11.2. Оценочные средства текущего контроля

Демонстрационный вариант контрольной работы

1. Вектор, модуль которого равен 10, составляет равные углы с осями координат в системе $OXYZ$. Найти его компоненты в системе координат $OX'Y'Z'$, повернутой относительно исходной на углы Эйлера $\varphi = 0$, $\theta = \Pi$, $\psi = \Pi/2$.

2. Записать в развёрнутой форме выражения: $a_{ij}x_j$, $a_{ij}x_i x_j$, $a_{im}b_{jm}$, a_{ii} , $a_{ij}x_i$, $a_{ij}x_i y_j$, $a_{ijk}x_j x_k$, $\frac{\partial \varphi(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_j} dx_j$, $\frac{\partial \varphi(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_i \partial x_j} dx_i dx_j$.

3. Упростить выражения: $\delta_{ik} \delta_{jk}$, $\delta_{ik} x_k$, $\delta_{ij} x_i x_j$, δ_{ii} , $\delta_{ij} \delta_{jk} \delta_{kl}$.

Примеры заданий

1. Вычислить $\text{div}(r \times (a \times r))$, $a = \text{const}$.
2. Вычислить $\text{rot}(e^{kr} (a \times r))$, $k = \text{const}$, $a = \text{const}$.
3. Вычислить $\text{rot}(ar)b$, $a, b = \text{const}$
4. Вычислить $\text{rot} \frac{1}{2} (\vec{a} \times \vec{r})$, $a = \text{const}$

5. Вычислить $\text{grad} \frac{pr}{r^3}$, $p = \text{const}$.
6. Показать, что последовательно сделанные преобразования двумерного поворота с углами φ_1 и φ_2 эквивалентны одному повороту с углом $(\varphi_1 + \varphi_2)$.
7. Определить компоненты вектора A , если $|A|^2 = 2$ и углы, образуемые вектором A и осями системы координат, равны. Найти его компоненты в системе $OX'Y'$, повернутой относительно OXY на 30° .

11.3. Оценочные средства промежуточной аттестации

Форма проведения промежуточной аттестации — зачет.

Примерный список вопросов к зачету

1. Преобразование компонент трехмерного вектора при вращении системы координат, ортогональность матрицы вращения
2. Определение тензора n-го ранга
3. Алгебра тензоров: внешнее произведение, теорема с свертке
4. Единичный антисимметричный тензор ε^{ijk} (символ Леви-Чивита) и теория детерминантов
5. Векторное и смешанное произведение векторов как свертка с ε^{ijk} Свойства Геометрический смысл
6. Свертка $\varepsilon^{ijk}\varepsilon^{klm}$ и формула В(AC)-C(AB)
7. Отражение системы координат
8. Тензоры и псевдотензоры
9. Скалярные поля (преобразование, индуцированное инвариантностью)
10. Векторные поля (закон преобразования)
11. Градиент - векторное поле, дивергенция - скалярное поле Геометрический смысл
12. Ротор, примеры вычисления
13. Криволинейные и поверхностные интегралы II-го рода
14. Физический смысл дивергенции
15. Физический смысл ротора
16. Три условия потенциальности поля
17. Ортогональные криволинейные системы координат
18. Выражения для градиента, дивергенции и лапласиана в криволинейной ортогональной системе координат

Разработчики:



 (подпись)

доцент кафедры теоретической физики

Б.В. Мангазеев

Программа рассмотрена на заседании кафедры теоретической физики
 «31» мая 2017 г.

Протокол № 8 Зав. кафедрой  С.В. Ловцов

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.