



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»
Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ

Декан

«28» июня 2016 г.

Рабочая программа дисциплины (модуля)

Наименование дисциплины (модуля): Б1.В.ОД.9 Топология

Направление подготовки: 03.03.02 «Физика»

Тип образовательной программы: академический бакалавриат

Направленность (профиль): «Фундаментальная физика»

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Согласовано с УМК физического факультета

Протокол № 3
от «28» июня 2016г.

Зам. председателя
В.В. Чумак

Рекомендовано кафедрой:
теоретической физики

Протокол № 2
от «13» июня 2016г.

Зав. кафедрой
С.В. Ловцов

Иркутск 2016 г.

Содержание

1. Цели и задачи дисциплины (модуля):.....	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП:.....	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):.....	3
4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы (разделяется по формам обучения)	4
5. Содержание дисциплины (модуля).....	4
6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ.....	6
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов).....	7
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):.....	7
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля).....	8
10. Образовательные технологии.....	8
11. Оценочные средства (ОС):.....	8
12. ПРИЛОЖЕНИЕ: ФОС.....	12

1. Цели и задачи дисциплины (модуля):

Целью изучения дисциплины является знакомство с основными понятиями, положениями и методами комбинаторной (алгебраической) топологии, получение некоторых навыков построения математических доказательств путем логически непротиворечивых рассуждений, с широким использованием идеи непрерывности, уже введенной в рамках курса математического анализа, навыков решения прикладных задач. Воспитание математической культуры у обучающихся;

Воспитание у студентов математической культуры включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке физика, выработку представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.

Задачами курса являются:

- Знакомство с новой для физики, но уже нашедшей в ней применения областью математики, топологией.
- Изучение основ математики для разработки количественных методов исследования окружающего мира и его преобразования с целью улучшения условий существования человека.
- Овладение основными математическими методами, необходимыми для анализа процессов и явлений при поиске оптимальных решений, обработки и анализа результатов экспериментов.
- Изучение основных математических методов применительно к решению научных задач.
- Развитие логического и алгоритмического мышления, умения самостоятельно расширять и углублять математические знания.
- Изучение развития математики в связи с научно-техническим прогрессом.
- Изучение современных математических методов исследования, основанных на массовом применении компьютерной техники.
- Формирование основ научного мышления на примерах творческого пути наиболее выдающихся ученых - математиков, на раскрытие логики и закономерностей того или иного открытия, на анализе возникавших проблем и способов их преодоления и т.п.

Учебная программа ориентирована на развитие у студентов интереса к познанию таких математических объектов, как множества функций, алгебраические структуры и их свойства, на приобретение навыков самостоятельного изучения фундаментальных основ науки и их приложений.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Топология» входит в вариативную часть общенаучного цикла ОПОП и относится к обязательным дисциплинам. «Топология» предполагает знание основ всех разделов высшей математики. Таким образом, для освоения данной дисциплины студент должен обладать знаниями по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Векторный и тензорный анализ», «Аналитическая геометрия», «Линейная алгебра».

3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Процесс изучения дисциплины (модуля) направлен на формирование следующих компетенций:

- способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых

профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК-2).

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основные понятия, принципы и факты топологии малоразмерных (одно – двух) многообразий. Топологические инварианты и их роль в физике. Принципы классификации многообразий. Применение понятий топологии в физике.

Уметь: решать простейшие задачи, формулировать и доказывать простейшие теоремы

Владеть: навыками использования математического аппарата для решения физических задач.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы (разделяется по формам обучения)

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Семестры			
		4			
Аудиторные занятия (всего)	40/1,1	40			
В том числе:	-	-	-	-	-
Лекции	18/0,5	18			
Практические занятия (ПЗ)	18/0,5	18			
КСР	4/0,1	4			
Самостоятельная работа (всего)	32/0,9	32			
Вид промежуточной аттестации (<i>зачет</i>)					
Контактная работа (всего)	43/1,2	43			
Общая трудоемкость	часы	72	72		
	зачетные единицы	2	2		

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Содержание разделов и тем дисциплины (модуля). Все разделы и темы нумеруются

Раздел 1. Элементы теории множества

Раздел 2. Векторные пространства. Тензоры.

Раздел 3. Метрические пространства.

Раздел 4. Топологические пространства.

Раздел 5. Многообразия. Гомеоморфизм, диффеоморфизм. Размерность, гладкие многообразия, классификация.

Раздел 6. Гомотопии. Гомотопические группы.

Раздел 7. Расслоенные пространства.

Раздел 8. Пространства Римана и Римана – Картана.

Раздел 9. Элементы теории графов.

5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№№ разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин (вписываются разработчиком)								
		1	2	3	4	5	6			
1.	Основы функционального анализа									
2.	Теория групп	1	2	3	7	8	9			

5.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах					
			Лекц.	Практ. зан.	Семина	Лаб. зан	СРС	Всего
1.	Элементы теории множества	Теория множеств, отношения, факторизация	2	2	-	-	2	6
2.	Векторные пространства. Тензоры	Векторные пространства, тензоры	2	2	-	-	2	6
3.	Метрические пространства.	Метрическое пространство	2	2	-	-	2	6
4.	Топологическое пространство.	Топологическое пространство и его геометрия	1	1	-	-	4	6
		Непрерывные отображения	1	1	-	-	4	6
5.	Многообразия	Многообразия	1	1	-	-	4	6
		Классификация 2 мерных и 3 мерных многообразий (Перельман)	1	1	-	-	4	6
6.	Гомотопии. Гомотопические группы.	Гомотопии. Гомотопические группы.	2	2	-	-	2	6
7.	Расслоенные пространства.	Расслоенные пространства	2	2	-	-	2	6
8.	Пространства Римана и Римана – Каргана.	Пространства Римана и Римана – Каргана	2	2	-	-	2	6
9.	Элементы теории графов.	Элементы теории графов, (топологические инварианты)	2	2	-	-	4	8

6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ	Трудоемкость (час.)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1.	Элементы теории множества	Теория множеств, отношения, факторизация	2	Задание на семинаре	ОПК-2
2.	Векторные пространства. Тензоры	Векторные пространства, тензоры	2	Задание на семинаре	ОПК-2
3.	Метрические пространства.	Метрическое пространство	2	Задание на семинаре	ОПК-2
4.	Топологические пространства.	Топологическое пространство и его геометрия	1	Задание на семинаре	ОПК-2
		Непрерывные отображения	1	Задание на семинаре	
5.	Многообразия	Многообразия	1	Задание на семинаре	ОПК-2
		Классификация 2 мерных и 3 мерных многообразий (Перельман)	1	Задание на семинаре	
6.	Гомотопии. Гомотопические группы.	Гомотопии. Гомотопические группы.	2	Задание на семинаре	ОПК-2
7.	Расслоенные пространства.	Расслоенные пространства	2	Задание на семинаре	ОПК-2
8.	Пространства Римана и Римана – Картана.	Пространства Римана и Римана – Картана	2	Задание на семинаре	ОПК-2
9.	Элементы теории графов.	Элементы теории графов, (топологические инварианты)	2	Задание на семинаре	ОПК-2

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1-2	1	Изучение лит-ры		1,2 (д)	4
3-4	2	Изучение лит-ры		1,2 (д)	4
5-6	3-4	Изучение лит-ры		1,2 (д)	4
7-8	4-5	Изучение лит-ры		1,2 (д)	4
9-10	6	Изучение лит-ры		1,2 (д)	4
11-12	7	Изучение лит-ры		1,2 (д)	4
13-14	8	Изучение лит-ры		1,2 (д)	4
15-16	9	Изучение лит-ры		1,2 (д)	4

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

В разделе 6.1. студентам для самостоятельного углубленного изучения дисциплины (параллельно с лекциями) предлагаются задачи по изучаемым разделам и график их изучения. Предполагается, что студент самостоятельно изучит дополнительные параграфы по пройденной теме, представленные в литературе из п. 8, а затем решит предложенные в п. 6.1 задачи. Оценка самостоятельной работы студентов проводится в виде контрольных опросов на практических занятиях.

7. Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Курсовых работ учебным планом не предусмотрено.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

а) основная литература

1. **Федорчук, Виталий Витальевич. Общая топология.** Основные конструкции [Текст] : учеб. пособие для студ. и аспирантов вузов / В. В. Федорчук, В. В. Филиппов ; Московский гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Физматлит, 2006. - 332 с. (3)

2. Александров, Павел Сергеевич. Введение в теорию множеств и общую топологию [Электронный ресурс] / П. С. Александров. - Москва : Лань, 2010. - 367 с. : ил. - (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники) (Учебники для вузов. Специальная литература). - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=530. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - Предм. указ.: с. 364-367. - Библиогр.: с. 362-363. - ISBN 978-5-8114-0981-5 : Б. ц.

б) дополнительная литература

1. **Келли, Джон Л. Общая топология** [Текст] : научное издание / Дж. Л. Келли ; пер. с англ. А. В. Архангельский. - 2-е изд. - М. : Наука, 1981. - 431 с. (2)

2. **Прасолов, Виктор Васильевич. Элементы комбинаторной и дифференциальной топологии** [Текст] : научное издание / В.В. Прасолов. - М. : Изд-во МЦНМО, 2004. - 352 с. (3)

Сверено с ЭБС ИГУ

в) программное обеспечение: не предусмотрено

г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

<http://library.isu.ru/> - Научная библиотека ИГУ;

Образовательные ресурсы, доступные по логину и паролю, предоставляемым Научной библиотекой ИГУ:

- <https://isu.bibliotech.ru/> - ЭЧЗ «БиблиоТех»;
- <http://e.lanbook.com> - ЭБС «Издательство «Лань»;
- <http://rucont.ru> - ЭБС «Руконт» - межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний, а также аудио-, видео-, мультимедиа софт и многое другое;
- <http://ibooks.ru/> - ЭБС «Айбукс»- интернет ресурсы в свободном доступе.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Для проведения занятий лекционного типа в качестве демонстрационного оборудования используется меловая доска. Наглядность обеспечивается путем изображения схем, диаграмм и формул с помощью мела. Использование глобальной компьютерной сети позволяет обеспечить доступность Интернет-ресурсов и реализовать самостоятельную работу студентов, в ходе которой они могут вычитывать научные статьи по темам курса.

Материалы: научные статьи и монографии из рецензируемых журналов, рассматривающие современные подходы и исследования в физике плазмы.

При необходимости – мультимедийный проектор.

10. Образовательные технологии

В программе определена четкая последовательность изучения учебного материала. Предусмотрено использование современных образовательных технологий: информационные (лекции и презентации в Power Point), проектные (мультимедиа, документальное видео).

Реализуются следующие формы учебной деятельности:

- **лекции**, нацеленные на получение необходимой информации, и ее использование при решении практических задач;
- **практические** занятия, направленные на активизацию познавательной деятельности студентов и приобретения ими навыков решения практических и проблемных задач;
- **консультации** – еженедельно для всех желающих студентов;
- самостоятельная внеаудиторная работа направлена на приобретение навыков самостоятельного решения задач по дисциплине;
- текущий контроль за деятельностью студентов осуществляется в основном на практических занятиях при дискуссии о результатах выполненных практических работ.

11. Оценочные средства (ОС):

11.1. Оценочные средства для входного контроля:

Не требуются. (могут быть в виде тестов с закрытыми или открытыми вопросами)

11.2. Оценочные средства текущего контроля: вопросы и задачи для проведения текущего контроля:

- 1) Метрическое пространство
- 2) Эквивалентные метрики
- 3) Подмножества Евклидова n - мерного пространства
- 4) Открытые множества, их свойства
- 5) Замкнутые множества, их свойства
- 6) Компактные множества
- 7) Определение топологии, примеры
- 8) Дискретная и анти дискретная топология
- 9) Аксиомы отделимости
- 10) Непрерывность отображения
- 11) Доказать, что композиция непрерывных отображений непрерывна
- 12) Доказать, что непрерывный образ связного множества связан.
- 13) Пусть функция отображает плоскость на ось так, что для любого x отображение непрерывно по y , и для любого y отображение непрерывно по x . Будет ли отображение непрерывно?

- 14) Свойства расстояния от точки до множества.
- 15) Пусть функция $f(x)$ равна расстоянию от точки до некоторого множества. Доказать, что она непрерывна.
- 16) Пусть множество замкнуто, доказать что функция из предыдущей задачи строго положительна для всех x не принадлежащих множеству.
17. Найти множества точек плоскости, удаленных на расстояния 1; 2; 3, от
- окружности радиуса 1, 2,
 - кривой $x^2+2y^2 = 2$
 - квадрата площадью 2
18. Доказать, что разные диагонали любого четырехугольника обязательно пересекаются.
19. Доказать, что замкнутое подмножество компакта есть компакт.
20. $GL(n)$ - группа невырожденных матриц. Связно ли это множество в топологии $\mathbb{R}n^2$
21. Доказать, что метрическое пространство хаусдорфово.

11.2. Оценочные средства для входного контроля (могут быть в виде тестов с закрытыми или открытыми вопросами). Не предусмотрены.

11.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации (в форме экзамена или зачета).

Материалы для проведения промежуточного контроля знаний студентов:

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Контрольная работа 1	1-3	ОПК 1,ОПК 2
	Контрольная работа 2	4-6	ОПК 1,ОПК 2

Демонстрационный вариант контрольной работы №1

- привести пример топологий, таких, что одна и та же функция в одной топологии непрерывна, а в другой нет
- Сформулировать теорему Брауэра о неподвижной точки при отображении шара в себя.
- Доказать, что два непересекающихся компактных подмножества хаусдорфова пространства имеют непересекающиеся открытые окрестности.
- Привести пример связного, но не линейно связного двумерного пространства.

Демонстрационный вариант контрольной работы №2

- Вклеить лист мебиуса в тор, что получится?
- Является ли бутылка Клейна двумя склеенными листьями мебиуса?
- В правильном шестиугольнике противоположные стороны склеили в соответствии со стрелками, обходящими по часовой стрелке весь шестиугольник. Что за поверхность получилась?
- Построить лист мебиуса на книжке с тремя страницами.

Вопросы и задания к зачету

- Метрическое пространство
- Эквивалентные метрики
- Подмножества Евклидова n - мерного пространства
- Открытые множества, их свойства
- Замкнутые множества, их свойства
- Компактные множества

7. Определение топологии, примеры
8. Дискретная и анти дискретная топология
9. Аксиомы отделимости
10. Непрерывность отображения
11. Доказать, что композиция непрерывных отображений непрерывна
12. Доказать, что непрерывный образ связного множества связан.
13. Пусть функция отображает плоскость на ось так, что для любого x отображение непрерывно по y , и для любого y отображение непрерывно по x . Будет ли отображение непрерывно?
14. Свойства расстояния от точки до множества.
15. Пусть функция $f(x)$ равна расстоянию от точки до некоторого множества. Доказать, что она непрерывна.
16. Пусть множество замкнуто, доказать что функция из предыдущей задачи строго положительна для всех x не принадлежащих множеству.
17. Найти множества точек плоскости, удаленных на расстояния 1; 2; 3, от
 - а) окружности радиуса 1, 2,
 - б) кривой $x^2+2y^2 = 2$
 - в) квадрата площадью 2
18. Доказать, что разные диагонали любого четырехугольника обязательно пересекаются.
19. Доказать, что замкнутое подмножество компакта есть компакт.
20. $GL(n)$ - группа невырожденных матриц. Связно ли это множество в топологии $\mathbb{R}n^2$
21. Доказать, что метрическое пространство хаусдорфово.
22. Классификационная теорема двумерных многообразий.
23. Пример неориентируемого трехмерного многообразия.
24. Разрезание и склеивание.
25. Определение гомотопии.

Разработчики:

 _____

доцент кафедры теоретической физики

Н.В. Ильин

Программа рассмотрена на заседании кафедры теоретической физики
«13» мая 2016 г.

Протокол № 8 Зав. кафедрой  _____ С.В. Ловцов

Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.