



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
ФГБОУ ВО «ИГУ»  
**Кафедра теоретической физики**



**Рабочая программа дисциплины**

Наименование дисциплины: Б1.Б.14.3 Линейная алгебра

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Тип образовательной программы: Академический бакалавриат

Направленность (профиль) подготовки: Физика конденсированного состояния

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Форма обучения: Очная

Согласовано с УМК физического факультета

Протокол №3 от «28» июня 2016 г.

Зам. председателя   
В.В. Чумак

Рекомендовано кафедрой:

Протокол №8  
От «13» мая 2016 г.

Зав. кафедрой   
С.В. Ловцов

Иркутск 2016 г.

## Содержание

1. Цели и задачи дисциплины (модуля):.....	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП:.....	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):.....	3
4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы (разделяется по формам обучения).....	4
5. Содержание дисциплины .....	4
6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ.....	6
7. Примерная тематика курсовых работ (проектов).....	8
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля): ....	9
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля): .....	9
10. Образовательные технологии: .....	10
11. Оценочные средства (ОС):.....	10
12. Приложение: ФОС	18

## 1. Цели и задачи дисциплины (модуля):

**Цели** - изучение основных математических понятий и представлений линейной алгебры, на основе которых создаются математические модели физических явлений и законов в линейном приближении, изучение различных числовых множеств и структур, построенных на числовых множествах, линейные и евклидовы пространства, линейные и полилинейные функции и функционалы, преобразования, линейные операторы, системы линейных уравнений и методы их решения.

Знания, полученные при изучении «Линейной алгебры» формируют математическую культуру, составляют основу естественнонаучного подхода исследования природных явлений. Изучение основных разделов линейной алгебры, необходимых для понимания других дисциплин математики, а также дисциплин классической и квантовой физики.

При изучении дисциплины «Линейная алгебра» решаются следующие задачи:

- изучение основных понятий линейной алгебры, методов и приемов математических доказательств теорем и утверждений
- овладение практическими навыками и приемами вычислений определителей матриц, операций над матрицами, решения систем линейных алгебраических уравнений, законов преобразований векторов и матриц, решения характеристического уравнения, нахождения собственных векторов и собственных значений, операций над квадратичными формами, вычисления функций от матриц и т.д.
- формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний при исследовании и построении математических моделей;
- овладение знаниями по применению алгебры в различных разделах физики при описании физических явлений;

Учебная программа ориентирована на развитие у студентов интереса к познанию таких математических объектов, как числовые множества, алгебраические структуры и их свойства. Приобретение навыков самостоятельного изучения фундаментальных основ науки и их приложений.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Линейная алгебра относится к дисциплинам блока 1 базовой части основной профессиональной образовательной программы академического бакалавриата и является обязательной для освоения обучающимся независимо от профиля, который он осваивает. Основные требования к входным знаниям связаны со знаниями и навыками, владением вычислительными методами и приемами решения стандартных задач, приобретенными при изучении «Аналитической геометрии» и «Математического анализа», Изучаемая дисциплина является базовой для изучения таких дисциплин как «Дифференциальные уравнения» «Интегральные уравнения и вариационное исчисление», «Методы математической физики», а также ряда дисциплин теоретической физики: «Теоретическая механика», «Квантовая теория» «Теория конденсированного состояния», а также большинства учебных дисциплин профиля «фундаментальная физика».

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля):

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

выпускник должен обладать способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей (ОПК-2).

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:** определения и понятия линейной алгебры, включая их свойства, основные примеры и границы их применения;

**Уметь:** решать стандартные задачи линейной алгебры;

Владеть: методами и приемами доказательств теорем и утверждений, способами и методами вычислений;

#### 4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы (разделяется по формам обучения)

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Семестры	
		2	
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	80/2,2	80	
В том числе:	-	-	-
Лекции	36/1	36	
Практические занятия (ПЗ)	36/1	36	
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	28/0,8	28	
<i>КСР</i>	8/0,2	8	
Вид промежуточной аттестации (экзамен)	36/1	36	
<b>Контактная работа (всего)</b>	83/2,3	83	
Общая трудоемкость	часы	144	144
	зачетные единицы	4	4

#### 5. Содержание дисциплины

##### 5.1. Содержание разделов и тем дисциплины.

##### Тема 1. Матрицы и определители

1. Введение. Линейность в физике и математике. Матрицы, операции над матрицами, свойства операций. Транспонирование. Линейное преобразование. Блочные матрицы, прямая сумма матриц, алгебраические свойства прямой суммы. Коммутатор и антикоммутатор. След матрицы. Группа подстановок и симметрическая группа.

2. Определитель матрицы (два определения). Минор и алгебраическое дополнение. Два типа миноров. Теорема № 1 Лапласа. Основные свойства определителей. Определитель произведения матриц  $\det(AB) = \det(A) \det(B)$ , Теорема №2. Обратная матрица, Теорема № 3. Матричные уравнения.

3. Линейная зависимость строк и столбцов матрицы, Теорема № 4. Ранг и базисный минор матрицы. Элементарные преобразования строк матрицы. Методы вычисления ранга: метод элементарных преобразований и метод окаймляющих миноров. Теорема № 5 о базисном миноре. Ранг произведения матриц:  $\text{Rang}(AB)$ . Теорема № 6 о  $\det(A) = 0$ .

##### Тема 2. Линейное пространство

4. Линейное пространство, вещественное и комплексное. Основные примеры линейных пространств. Линейная комбинация и линейная зависимость векторов, теорема № 7. Размерность пространства. Базис и координаты. Примеры базисов. Единственность разложения вектора по базису, теорема № 8.

5. Подпространство и линейная оболочка системы векторов, размерность линейной оболочки. Прямая сумма линейных пространств, теорема № 9. Объединение и пересечение линейных пространств, теорема № 10 о размерности объединения пространств. Изоморфизм линейных пространств, теорема № 11. Преобразование координат вектора при преобразовании базиса.

##### Тема 3. Системы линейных уравнений

6. Системы линейных уравнений (СЛУ). Способы записи и их классификация. Совместность СЛУ, теорема № 12 Кронекера- Капелли. Крамеровские системы линейных неоднородных

уравнений. Формула Крамера. Метод К.Гаусса решения системы линейных уравнений. Решение однородной СЛУ, тривиальное и нетривиальное решения, теорема № 13. Фундаментальная система решений однородной СЛУ. Общее решение, пространство решений. Свойства решений неоднородной и соответствующей однородной системы уравнений.

#### Тема 4. Евклидово и унитарное пространство

7. Система аксиом скалярного произведения. Комплексное и вещественное евклидовы пространства. Общий вид задания скалярного произведения конечномерного линейного пространства. Основные примеры задания скалярных произведений в различных линейных пространствах. Неравенство Коши - Буняковского. Примеры неравенств Коши - Буняковского. Определение угла между двумя векторами и нормы (длины) вектора. Нормированное пространство.

8. Ортогональность векторов и ортогональный базис, теорема № 14. Свойства ортогонального базиса. Метод ортогонализации Грама - Шмидта, теорема № 15. Матрица Грама. Геометрический смысл определителя матрицы Грама.

#### Тема 5. Линейные операторы в конечномерном линейном пространстве

9. Линейный оператор. Операции над линейными операторами и их свойства. Пространство линейных операторов. Матрица линейного оператора в конечномерном линейном пространстве. Ядро и образ линейного оператора, примеры. Теорема № 16 о сумме размерностей ядра и образа. Ранг линейного оператора. Обратный оператор и условия существования обратного оператора.

10. Структура линейного оператора. Инвариантное пространство. Вид матрицы линейного оператора в случае существования инвариантных пространств. Одномерные инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора, теорема № 17. Характеристическое уравнение и характеристический полином.

11. Спектр линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора, теорема № 18. Подобные матрицы и их свойства. Теорема № 19 о свойствах собственных векторов линейного оператора. Диагонализация матрицы линейного оператора, теорема № 20. *Понятие жордановой формы матрицы.*

12. Сопряженный оператор, теорема № 21. Эрмитов оператор и свойства операции эрмитово сопряжение. Свойство собственных векторов и собственных значений эрмитова оператора, теорема № 22. Унитарный (ортогональный) оператор и его основные свойства.

Общий вид ортогонального оператора на плоскости.

#### Тема 6. Билинейные и квадратичные формы, функции от матриц

13. Билинейная и квадратичная формы. Полуторалинейная форма. Классификация квадратичных форм, критерий Сильвестра. Нормальный и канонический виды квадратичной формы. Преобразование квадратичной формы при преобразовании базиса, теорема № 23. Ранг квадратичной формы. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к сумме квадратов. Метод ортогонального преобразования квадратичной формы к каноническому виду, теорема № 24. Закон инерции. Одновременное приведение двух квадратичных форм к сумме квадратов, теорема № 25.

14. Спектральное разложение эрмитова оператора. Свойства проекционных операторов. Теорема № 26 Гамильтона - Кэли.

15. Функции от матриц. Полиномиальная матрица и минимальный полином. Интерполирующий полином Лагранжа - Сильвестра.

## 5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов и тем данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин					
		1	2	3	4	5	6
1.	Дифференциальные уравнения	1	2	3	4	5	6
2.	Интегральные уравнения и вариационное исчисление	1	2	3	4	5	6
3.	Методы математической физики	2	3	4	5	6	

## 5.3. Разделы и темы дисциплин (модулей) и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Виды занятий в часах					Всего
			Лекц.	Практ. зан.	Семина	Лаб. зан.	СРС	
1.	Тема 1.		6	6			2	14
2.	Тема 2.		6	6			2	14
3.	Тема3.		6	6			6	18
	Тема 4.		6	6			6	18
	Тема 5.		6	6			6	18
....	Тема 6.		6	6			6	18

## 6. Перечень семинарских, практических занятий и лабораторных работ

№ п/п	№ раздела и темы дисциплины (модуля)	Наименование семинаров, практических и лабораторных работ (практические занятия)	Трудоемкость (часы)	Оценочные средства	Формируемые компетенции
1	2	3	4	5	6
1	1	Матрицы и определители	6	Комплект заданий	ОПК-2
2	2	Линейное пространство	6	Комплект заданий	ОПК-2
3	3	Системы линейных уравнений	6	Комплект заданий	ОПК-2
4	4	Евклидово и унитарное пространство	6	Комплект заданий	ОПК-2
5	5	Линейные операторы в конечномерном линейном пространстве	6	Комплект заданий	ОПК-2
6	6	Билинейные и квадратичные формы, функции от матриц	6	Комплект заданий	ОПК-2

### 6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1	Матрицы и определители	<b>Контрольное за-</b>	Комплект	См. п. 8. а) основная	2

		<b>дание</b>	заданий	и б) дополнительная литература	
<b>2</b>	Линейное пространство	<b>Контрольное задание</b>	Комплект заданий	-----	2
<b>3</b>	Системы линейных уравнений	<b>Контрольное задание</b>	Комплект заданий	-----	6
<b>4</b>	Евклидово и унитарное пространство	<b>Контрольное задание</b>	Комплект заданий	-----	6
<b>5</b>	Линейные операторы в конечномерном линейном пространстве	<b>Контрольное задание</b>	Комплект заданий	-----	6
<b>6</b>	Билинейные и квадратичные формы, функции от матриц	<b>Контрольное задание</b>	Комплект заданий	-----	6

**Контрольные задания, поименованные в предыдущей таблице**

	Тема контрольного задания	Номера задач	Срок выполнения
1	Операции над матрицами	790 791 798 801 809 815 817 828	1 неделя
2	Определитель матрицы. Обратная матрица.	45 54 60, 116 121 236 275 279 300 426 837 840 844 865	1 неделя
3	Линейное пространство. Линейная зависимость. Базис и координаты.	643, 665, 672, 674, 683, 1278 1280 1282 1291, 1292, 1311, 1318	1 неделя
4	Системы линейных уравнений. Евклидовы пространства.	693 697 701 708 726 727 731 736 737 742, 751  1354 1362 1366 1371 1381 1419 1444 1450 1452	2 недели
5	Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	1469 1471 1504 1541 1585	1 неделя
6	Квадратичные формы. Функции от матриц.	1183 1225 1250 1258	1 неделя

Требования по выполнению домашнего задания

Задание выполняется в отдельной тетради (12 или 24 листа)

Задание должно быть выполнено полностью.

Решения задач, должны быть полными и, при необходимости, должны содержать обоснования или пояснения. Обязательно указывать условия задач и полученный ответ.

Задание оценивается по 5 –ти бальной системе.

0 баллов - задание не выполнялось

1 балл - задание не выполнено

2 балла - выполнено половина задания

3 балла - выполнено  $\frac{3}{4}$  задания

4 балла - хорошее выполнение

Комплекты заданий по каждой теме формируются по сборнику задач Проскуряков И.В.  
«Сборник задач по линейной алгебре»

## **6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов**

Организация самостоятельного углубленного изучения дисциплины основана на выполнении комплектов контрольных домашних заданий (5-7 заданий). В перечень контрольных заданий включаются задачи по темам, не рассматриваемым на практических аудиторных занятиях. Это предполагает самостоятельный характер работы студента по изучению ряда дидактических единиц. Предполагается, что студент самостоятельно изучит дополнительные параграфы по пройденной теме, используя основную и дополнительную литературу, а затем решит предложенные задачи. Оценка самостоятельной работы студентов проводится путем выставления баллов по 5-ти бальной накопительной системе (баллы суммируются) за выполненные контрольные задания.

## **7. Примерная тематика курсовых работ (проектов)**

Учебным планом написание курсовых работ (проектов) не предусмотрено.

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля):

### а) основная литература

1. [Ильин, В. А.](#) Линейная алгебра / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. - М. : Физматлит, 2005, 2010. - 278 с. - ISBN 5-9221-0481-0 (46 экз.)
2. [Фаддеев, Д. К.](#) Лекции по алгебре: Учеб. пособие / Д. К. Фаддеев. - 5-е изд., стер. - СПб.: Лань, 2007. - 416 с. - ISBN 978-5-8114-0447-6 (49 экз.)
3. [Проскураков, И. В.](#) Сборник задач по линейной алгебре: Учеб. пособие / И. В. Проскураков. - 11-е изд., стер. - СПб.: Лань, 2008. - 475 с. - ISBN 978-5-8114-0707-1 (50 экз.)

### б) дополнительная литература

1. [Курош, А. Г.](#) Курс высшей алгебры: учеб. для студ. вузов / А. Г. Курош. - 17-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 431 с. - ISBN 978-5-8114-0521-3 (49 экз.)
2. [Гельфанд, И. М.](#) Лекции по линейной алгебре [Электронный ресурс]: научное издание / И. М. Гельфанд. - 6-е изд., испр. - ЭВК. - М. : Добросвет : Университет, 2006. - 321 с. - Режим доступа: ЭЧЗ "Библиотех". - Неогранич. доступ. - ISBN 5-98227-173-X
3. [Кострикин, А. И.](#) Линейная алгебра и геометрия: учеб. пособие для студ. мех.-мат. спец. вузов / А. И. Кострикин, Ю. И. Манин. - М. : Изд-во МГУ, 1980. - 319 с. ( нф А121038; нф А121121; нф А121122; нф А142026 )
4. [Фаддеев, Д. К.](#) Задачи по высшей алгебре [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Д. К. Фаддеев, авт. И. С. Соминский. - Москва : Лань, 2008. - 288 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0427-8
5. [Беклемишев, Д. В.](#) Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс] / Д. В. Беклемишев. - Москва : Лань", 2015. - 310 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-1844-2
6. [Александров, П. С.](#) Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / П. С. Александров. - Москва : Лань, 2009. - 512 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0908-2
7. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л. А. Беклемишева [и др.]. - Москва : Лань, 2008. - 496 с. - Режим доступа: ЭБС "Издательство "Лань". - Неогранич. доступ. - ISBN 978-5-8114-0861-0

### в) программное обеспечение: Нет

### г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

<http://library.isu.ru/> - Научная библиотека ИГУ;

Образовательные ресурсы доступны по логину и паролю НБ ИГУ:

- <https://isu.bibliotech.ru/> - ЭЧЗ «БиблиоТех»;
- <http://e.lanbook.com> - ЭБС «Издательство «Лань»;
- <http://rucont.ru> - ЭБС «Рукопт» - межотраслевая научная библиотека, содержащая оцифрованные книги, периодические издания и отдельные статьи по всем отраслям знаний, а также аудио-, видео-, мультимедиа софт и многое другое;
- <http://ibooks.ru/> - ЭБС «Айбукс»- интернет ресурсы в свободном доступе;

## 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля):

Материалы: учебно-методические пособия, контрольные задания для аудиторной и самостоятельной работы студентов. При необходимости – мультимедийный проектор, офисное оборудование для оперативного размножения иллюстративного и раздаточного материала.

Для проведения занятий лекционного типа в качестве демонстрационного оборудования используется меловая доска. Наглядность обеспечивается путем изображения схем, диаграмм и формул с помощью мела. Использование глобальной компьютерной сети позволяет обеспечить доступность Интернет-ресурсов и реализовать самостоятельную работу студентов. На лекциях могут использоваться мультимедийные средства: проектор, переносной экран, ноутбук. На факультете имеется компьютеризированная аудитория, предназначенная для самостоятельной работы, с неограниченным доступом в Интернет.

#### **10. Образовательные технологии:**

Задачи изложения и изучения дисциплины реализуются в следующих формах деятельности:

- лекции, нацеленные на получение необходимой информации, и ее использование при решении практических задач;
- практические занятия, направленные на активизацию познавательной деятельности студентов и приобретения ими навыков решения практических и проблемных задач;
- консультации –еженедельно для всех желающих студентов;
- самостоятельная внеаудиторная работа направлена на приобретение навыков самостоятельного решения задач по дисциплине;
- текущий контроль за деятельностью студентов осуществляется на лекционных и практических занятиях в ходе самостоятельного решения задач, в том числе у доски.

#### **11. Оценочные средства (ОС):**

Фонд оценочных средств представлен в приложении.

##### **11.1. Оценочные средства для входного контроля**

Оценочные средства для входного контроля не используются, так как дисциплина содержит в основном новые знания. Используемые же в дисциплине знания и простейшие методы вычислений освоены студентами в рамках аналитической геометрии, которая изучается в первом семестре непосредственно перед изучением данной дисциплины. Поэтому не рационально и нет необходимости, выделять учебное время на проведение входного контроля .

11.2. Оценочные средства текущего контроля формируются в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе университета (могут быть в виде тестов, ситуационных задач, деловых и ролевых игр, диспутов, тренингов и др. Назначение оценочных средств ТК - выявить сформированность компетенций - указать каких конкретно).

Оценочные средства текущего контроля и контроля самостоятельной работы студентов состоят из контрольных письменных заданий, составленных из наборов задач и упражнений рекомендованных в п. 6.2 основной и дополнительной литературы.

##### **11.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации**

##### **Примерный список вопросов к экзамену.**

Операции над матрицами, детерминант матрицы и его свойства, минор без черты и с чертой, алгебраическое дополнения, формула Лапласа, обратная матрица, матричные уравнения, линейная комбинация строк матрицы, линейная зависимость строк матрицы, ранг матрицы, базисный минор. Ранг произведения матриц. Линейное пространство (примеры), линейная зависимость векторов, базис (примеры), координаты вектора, размерность про-

странства, изоморфизм, преобразование координат вектора, подпространство и линейная оболочка, прямая сумма пространств. Системы линейных уравнений, классификация линейных уравнений, формула Крамера, фундаментальная система решений, общее решение однородной системы уравнений, свойство решений неоднородной системы уравнений, метод Гаусса. Скалярное произведение, евклидово пространство (примеры). Метод ортогонализации Грамма-Шмидта. Характеристическое уравнение. Метод Лагранжа и метод ортогонального преобразования приведения квадратичной формы к нормальному и каноническому видам. Интерполирующий полином Лагранжа-Сильвестра. Метод нахождения функции от матрицы через минимальный полином в случае различных и совпадающих корней характеристического уравнения.

**Перечень теорем:**

- Теорема 1 Лапласа о детерминанте (без доказательства)
- Теорема 2 О детерминанте произведения матриц
- Теорема 3 О существовании обратной матрицы
- Теорема 4 О линейной зависимости строк
- Теорема 5 О базисном миноре
- Теорема 6 О детерминанте матрицы равном нулю
- Теорема 7 О линейной зависимости векторов
- Теорема 8 О координатах вектора в данном базисе
- Теорема 9 Об изоморфизме линейных пространств
- Теорема 10 О прямой сумме линейных пространств
- Теорема 11 О размерности объединения и пересечения линейных пространств
- Теорема 12 Кронекера – Капелли
- Теорема 13 О решения однородной системы уравнений.
- Теорема 14 О свойстве ортогональной системы векторов
- Теорема 15 О существовании ортогонального базиса
- Теорема 16 О сумме размерностей ядра и образа линейного оператора
- Теорема 17 О собственном векторе линейного оператора
- Теорема 18 О преобразовании матрицы линейного оператора
- Теорема 19 О свойствах собственных векторов линейного оператора
- Теорема 20 О диагонализации матрицы линейного оператора
- Теорема 21 О сопряженном операторе
- Теорема 22 О свойствах сопряженного оператора (с.з. и с.в.)
- Теорема 23 О преобразовании квадратичной формы
- Теорема 24 О приведении квадратичной формы к каноническому виду.
- Теорема 25 О законе инерции
- Теорема 26 Теорема Гамильтона - Кэли.

**Контрольные задания по линейной алгебре**

I. Дана матрица А

$$A = \begin{pmatrix} 1 \dots 3 \dots 2 \dots 2 \dots 5 \\ 2 \dots 2 \dots 3 \dots 2 \dots 5 \\ 3 \dots 1 \dots 1 \dots 2 \dots 2 \\ 1 \dots 1 - 1 \dots 1 \dots 0 \end{pmatrix}$$

- 1) Найти ранг матрицы  $A$
- 2) Указать не менее 2-х базисных миноров матрицы  $A$
- 3) Решить систему однородных уравнений  $Ax=0$

II. Найти матрицу  $B^{-1}$ , обратную к матрице  $B$ .

$$B = \begin{pmatrix} 2 \dots 1 \dots 1 \\ 1 \dots 3 - 2 \\ 2 - 1 \dots 0 \end{pmatrix}$$

III. Задана система четырех векторов  $a, b, c, d$ .

$$a = (2, 1, 3, -1), b = (3, -1, 2, 0), c = (1, 3, 4, -2), d = (4, -3, 1, 1).$$

- 1) Найти линейно-независимые векторы.
- 2) Остальные векторы выразить через найденные линейно-независимые векторы.

IV. Дана матрица  $A$

$$A = \begin{pmatrix} 1 \dots 3 \dots 2 \dots 2 \dots 5 \\ 2 \dots 2 \dots 3 \dots 2 \dots 5 \\ 3 \dots 1 \dots 1 \dots 2 \dots 2 \\ 1 \dots 1 - 1 \dots 1 \dots 0 \end{pmatrix}$$

- 1) Найти ранг матрицы  $A$
- 2) Указать не менее 2-х базисных миноров матрицы  $A$
- 3) Решить систему однородных уравнений  $Ax=0$

V. Найти матрицу  $B^{-1}$ , обратную к матрице  $B$ .

$$B = \begin{pmatrix} 2 \dots 1 \dots 1 \\ 1 \dots 3 - 2 \\ 2 - 1 \dots 0 \end{pmatrix}$$

VI. Задана система четырех векторов  $a, b, c, d$ .

$$a = (2, 1, 3, -1), b = (3, -1, 2, 0), c = (1, 3, 4, -2), d = (4, -3, 1, 1).$$

- 1) Найти линейно-независимые векторы.

2) Остальные векторы выразить через найденные линейно-независимые векторы.

VII. Доказать линейную зависимость системы векторов  $a, b, c, d$  где

$$a = (2, 1, 11, 2)$$

$$b = (1, 0, 4, -1)$$

$$c = (11, 4, 56, 5)$$

$$d = (2, -1, 5, 6)$$

Выделить из нее линейно-независимую подсистему и выразить остальные векторы в виде линейных комбинаций этой линейно-независимой подсистемы

VIII. Найти ранг матрицы  $A$  и указать 2 базисных минора.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 7 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

IX. Теорема 5 о базисном миноре (доказательство)

X. Дана матрица  $A$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 3 & \dots & 2 & \dots & 2 & \dots & 5 \\ 2 & \dots & 2 & \dots & 3 & \dots & 2 & \dots & 5 \\ 3 & \dots & 1 & \dots & 1 & \dots & 2 & \dots & 2 \\ 1 & \dots & 1 & -1 & \dots & 1 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) Найти ранг матрицы  $A$
- 2) Указать не менее 2-х базисных миноров матрицы  $A$
- 3) Решить систему однородных уравнений  $Ax=0$

XII. Найти матрицу  $B^{-1}$ , обратную к матрице  $B$ .

$$B = \begin{pmatrix} 2 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \dots & 3 & - & 2 \\ 2 & - & 1 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

XIII. Задана система четырех векторов  $a, b, c, d$ .

$$a = (2, 1, 3, -1), b = (3, -1, 2, 0), c = (1, 3, 4, -2), d = (4, -3, 1, 1).$$

- 1) Найти линейно-независимые векторы.
- 2) Остальные векторы выразить через найденные линейно-независимые векторы.

**Варианты письменного контрольного письменного задания для промежуточной аттестации**

**ВАРИАНТ № 1**

I. Дана матрица  $A$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \dots & -3 & \dots & -5 & \dots & 0 & \dots & -7 \\ 3 & \dots & -1 & \dots & 3 & \dots & 2 & \dots & 5 \\ 5 & \dots & -3 & \dots & 2 & \dots & 3 & \dots & 4 \\ 7 & \dots & -5 & \dots & 1 & \dots & 4 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

- 4) Найти ранг матрицы  $A$
- 5) Указать не менее 2-х базисных миноров матрицы  $A$
- 6) Решить систему однородных уравнений  $Ax=0$
- 7) Записать фундаментальную систему решений

**ВАРИАНТ № 2**

I. Дана матрица  $A$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \dots & -2 & \dots & -1 & \dots & 1 & \dots & -1 \\ 1 & \dots & -3 & \dots & -5 & \dots & 0 & \dots & -9 \\ 3 & \dots & -1 & \dots & 3 & \dots & 2 & \dots & 5 \\ 3 & \dots & -5 & \dots & -6 & \dots & 1 & \dots & -8 \end{pmatrix}$$

- 1) Найти ранг матрицы  $A$
- 2) Указать не менее 2-х базисных миноров матрицы  $A$
- 3) Решить систему однородных уравнений  $Ax=0$
- 4) Записать фундаментальную систему решений

### ВАРИАНТ № 3

I. Дана матрица  $A$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & \dots & -4 & \dots & -2 & \dots & 2 & \dots & -2 \\ 3 & \dots & -1 & \dots & 3 & \dots & 2 & \dots & 5 \\ 5 & \dots & -3 & \dots & 2 & \dots & 3 & \dots & 4 \\ 1 & \dots & -3 & \dots & -5 & \dots & 0 & \dots & -9 \end{pmatrix}$$

- 1) Найти ранг матрицы  $A$
- 2) Указать не менее 2-х базисных миноров матрицы  $A$
- 3) Решить систему однородных уравнений  $Ax=0$
- 4) Записать фундаментальную систему решений

### ВАРИАНТ № 4

I. Дана матрица  $A$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \dots & -3 & \dots & -5 & \dots & 0 & \dots & -7 \\ 3 & \dots & -1 & \dots & 3 & \dots & 2 & \dots & 5 \\ 5 & \dots & -3 & \dots & 2 & \dots & 3 & \dots & 4 \\ 7 & \dots & -5 & \dots & 1 & \dots & 4 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

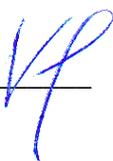
- 1) Найти ранг матрицы  $A$
- 2) Указать не менее 2-х базисных миноров матрицы  $A$
- 3) Решить систему однородных уравнений  $Ax=0$
- 4) Записать фундаментальную систему решений

Примечание: Студент успешно прошел обучение в семестре и готов к сдаче экзамена, если он знает и понимает формулировки основных понятий и определений, знает формулировки теорем, умеет применять понятия и теоремы для решения задач и упражнений, знает методы решения и успешно решает задачи и упражнения, может привести примеры, характеризующие основные понятия алгебры (линейное пространство, базис, скалярное произведение ...)

**Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов:**

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
	Текущий и промежуточный контроль	<b>Тема 1</b>	ОПК-2
	Текущий и промежуточный контроль	<b>Тема 2</b>	ОПК-2
	Текущий и промежуточный контроль	<b>Тема 3</b>	ОПК-2
	Текущий и промежуточный контроль	<b>Тема 4</b>	ОПК-2
	Текущий и промежуточный контроль	<b>Тема 5</b>	ОПК-2
	Текущий и промежуточный контроль	<b>Тема 6</b>	ОПК-2

**Разработчики:**

  
\_\_\_\_\_

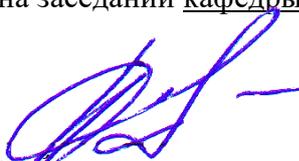
доцент кафедры теоретической физики

В.А. Карнаков

Программа рассмотрена на заседании кафедры теоретической физики

«13» мая 2016 г.

Протокол № 8 Зав. кафедрой \_\_\_\_\_



С.В. Ловцов

**Настоящая программа не может быть воспроизведена ни в какой форме без предварительного письменного разрешения кафедры-разработчика программы.**

**Лист согласования, дополнений и изменений  
на 2017/2018 учебный год**

К рабочей программе дисциплины Б1.Б.14.3 Линейная алгебра по направлению 03.03.02 Физика профилю Физика конденсированного состояния

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие дополнения: нет дополнений.

Изменения одобрены Ученым советом физического факультета,  
протокол №8 от 19.06.2017 г.

Зав. кафедрой теоретической физики



С.В. Ловцов