



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

проректор по учебной работе
Вокин А.И.



2020 г.

ПРОГРАММА
вступительного испытания по общеобразовательному предмету
«МАТЕМАТИКА»

для поступающих на направления бакалавриата и специалитета

Иркутск 2020

Программа вступительного испытания по математике предназначена для подготовки поступающих в ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет», изучивших курс предмета, отвечающий обязательному минимуму содержания среднего (полного) общего образования по математике.

Назначение экзаменационной работы – дифференцировать абитуриентов по уровню подготовки по математике с целью отбора для поступления в вуз.

Документы, определяющие содержание экзаменационной работы:

Содержание экзаменационной работы определяется на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования от 17 мая 2012 г. № 413 и спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2021 году единого государственного экзамена по математике (профильный уровень).

Структура экзаменационной работы

Вступительное испытание по математике проводится в форме теста. Варианты экзаменационной работы формируются на основе открытого банка заданий по математике. Тексты заданий в целом соответствуют формулировкам, принятым в учебниках и учебных пособиях, включенных в Федеральный перечень учебников, рекомендованных Министерством образования и науки РФ к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего и среднего образования.

Экзаменационная работа содержит 14 заданий с кратким ответом.

По уровню сложности задания распределяются следующим образом:

- задания 1–8 имеют базовый уровень и предназначены для проверки освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях;
- задания 9–14 имеют повышенный уровень и предназначены для проверки освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности.

Система оценивания

Задание считается выполненным, если дан верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

- Правильное решение каждого из *заданий 1–3* оценивается **3 баллами**.
- Правильное решение каждого из *заданий 4,5* оценивается **5 баллами**.
- Правильное решение каждого из *заданий 6–8* оценивается **7 баллами**.
- Правильное решение каждого из *заданий 9–14* оценивается **10 баллами**.

Баллы за верно выполненные задания, суммируются. Максимальный балл за выполнение всей работы — **100**.

Продолжительность экзамена

На выполнение экзаменационной работы отводится 90 минут.

Дополнительные материалы и оборудование

Необходимые справочные материалы выдаются вместе с текстом экзаменационной работы. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

Программа курса математики

1. Выражения и преобразования.

Корень степени n . Понятие корня степени n . Свойства корня степени n . Корень из произведения и произведение корней. Корень из частного и частное корней. Корень из степени и степень корня. Корень степени m из корня степени n . Корень из произведения и частного степеней. Корень из произведения и частного корней. Другие комбинации свойств корней степени n . Тождественные преобразования иррациональных выражений.

Степень с рациональным показателем. Понятие степени с рациональным показателем. Свойства степени с рациональным показателем. Произведение степеней с одинаковыми основаниями. Частное степеней с одинаковыми основаниями. Степень степени. Степень произведения и частного. Сравнение степеней с различными основаниями. Сравнение различных степеней с одинаковыми основаниями. Произведение и частное степеней с одинаковыми основаниями. Другие комбинации свойств степеней. Тождественные преобразования степенных выражений.

Логарифм. Понятие логарифма. Свойства логарифмов. Логарифм произведения и сумма логарифмов. Логарифм частного и разность логарифмов. Логарифм степени и произведение числа и логарифма. Формула перехода от одного основания логарифма к другому. Логарифм произведения и частного степеней, сумма и разность логарифмов с одинаковыми основаниями. Сумма и разность логарифмов с различными основаниями. Основное логарифмическое тождество. Другие комбинации свойств логарифмов. Десятичные и натуральные логарифмы. Тождественные преобразования логарифмических выражений.

Синус, косинус, тангенс, котангенс. Понятие синуса, косинуса, тангенса, котангенса числового аргумента. Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента. Основное тригонометрическое тождество. Произведение тангенса и котангенса одного и того же аргумента. Зависимость между тангенсом и косинусом одного и того же аргумента. Зависимость между котангенсом и синусом одного и того же аргумента. Другие комбинации соотношений между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы сложения. Синус суммы и разности. Косинус суммы и разности. Тангенс суммы и разности. Следствия из формул сложения. Синус двойного угла. Косинус двойного угла. Тангенс двойного угла. Формулы приведения. Тождественные преобразования тригонометрических выражений.

Прогрессии. Арифметическая прогрессия. Формулы общего члена и суммы n первых членов. Геометрическая прогрессия. Формулы общего члена и суммы n первых членов.

2. Уравнения и неравенства. Уравнения с одной переменной. Равносильность уравнений.

Общие приемы решения уравнений (иррациональных, тригонометрических, показательных, логарифмических). Разложение на

множители. Замена переменной. Использование свойств функций. Использование графиков.

Решение уравнений. Решение иррациональных, тригонометрических, показательных и логарифмических уравнений. Использование нескольких приемов при решении уравнений. Решение комбинированных уравнений. Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля. Уравнения с параметрами.

Системы уравнений с двумя переменными. Системы, содержащие одно или два иррациональных (тригонометрических, показательных, логарифмических) уравнения. Использование графиков при решении систем. Системы, содержащие уравнения разного вида (иррациональные, тригонометрические, показательные, логарифмические). Системы уравнений с параметром. Системы, содержащие одно или два рациональных уравнения.

Неравенства с одной переменной. Рациональные неравенства. Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Использование графиков при решении неравенства. Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. Неравенства с параметром. Системы неравенств.

3. Функции.

Числовые функции и их свойства. Область определения функции (тригонометрической, показательной, логарифмической). Множество значений функции (тригонометрической, показательной, логарифмической). Непрерывность функции. Периодичность функции (синуса, косинуса, тангенса, котангенса). Четность (нечетность) функции. Возрастание (убывание) функции (тригонометрической, показательной, логарифмической). Экстремумы функции. Наибольшее (наименьшее) значение функции (тригонометрической, показательной, логарифмической). Ограниченность функции (тригонометрической, показательной, логарифмической). Сохранение знака функции (тригонометрической, показательной, логарифмической). Связь между свойствами функции и ее графиком. Значения функции (тригонометрической, показательной, логарифмической).

Производная функции. Геометрический смысл производной. Физический смысл производной. Таблица производных (тригонометрические функции, показательная функция, логарифмическая функция). Производная суммы, произведения и частного двух функций. Производная сложных функций.

Исследование функций с помощью производной. Нахождение промежутков монотонности. Нахождение экстремумов функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. Построение графиков функций.

Первообразная. Первообразная суммы функций. Первообразная произведения функции на число. Задача о площади криволинейной трапеции.

4. Числа и вычисления.

Проценты. Основные задачи на проценты (простые и сложные).

Пропорции. Основное свойство пропорции. Прямо пропорциональные величины. Обратно пропорциональные величины. Решение текстовых задач.

5. Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин.

Треугольники. Признаки равенства и подобия треугольников. Решение треугольников (сумма углов треугольника, неравенство треугольника, теорема Пифагора, теоремы синусов и косинусов). Площадь треугольника.

Многоугольники. Параллелограмм, его виды. Площадь параллелограмма. Трапеция. Площадь трапеции. Правильные многоугольники.

Окружность. Касательная к окружности и ее свойства. Центральный и вписанный углы. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник. Длина окружности. Площадь круга.

Векторы. Равные векторы. Координаты вектора. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.

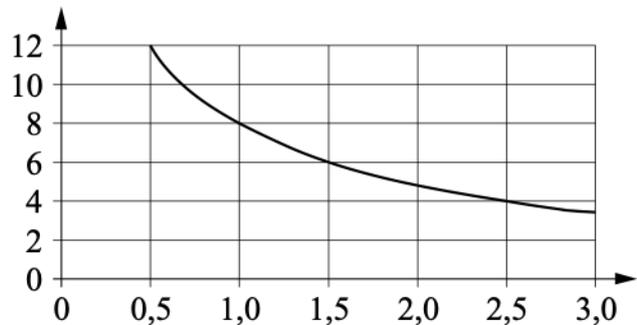
Многогранники. Призма. Сечение призмы плоскостью. Площадь боковой и полной поверхности призмы. Объем призмы. Пирамида. Сечение пирамиды плоскостью. Площадь боковой и полной поверхности пирамиды. Объем пирамиды. Правильные многогранники. Сечение плоскостью. Площадь боковой и полной поверхности. Объем.

Тела вращения. Прямой круговой цилиндр, сечение цилиндра плоскостью. Площадь боковой и полной поверхностей цилиндра. Объем цилиндра. Прямой круговой конус, сечение плоскостью. Площадь боковой и полной поверхностей конуса. Объем конуса. Шар и сфера. Площадь поверхности. Объем шара. Комбинации многогранников и/или тел вращения.

Демонстрационный вариант

1 При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 3%. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Месячная плата за интернет составляет 350 рублей. Какую минимальную сумму надо положить в приемное устройство терминала, чтобы на счету фирмы, предоставляющей интернет-услуги, оказалась сумма, не меньшая 350 рублей?

2 Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением. При этом меняется сила тока в электрической цепи электродвигателя: чем меньше сопротивление, тем больше сила тока и быстрее вращается мотор отопителя. На графике

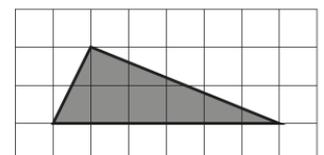


показана зависимость силы тока от величины сопротивления. На горизонтальной оси отмечено сопротивление в омах; на вертикальной оси — сила тока в амперах. Определите по графику, на сколько омов увеличилось сопротивление в цепи при уменьшении силы тока с 12 ампер до 4 ампер.

3 Клиент хочет арендовать автомобиль на двое суток для поездки протяжённостью 400 км. В таблице приведены характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды. Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Цена дизельного топлива 35 рублей за литр, бензина 32 рубля за литр, газа 26 рублей за литр. Сколько рублей заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант?

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	5	3900
Б	Бензин	11	3100
В	Газ	15	3000

4 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.

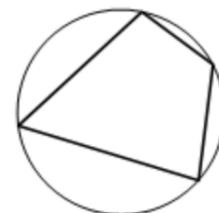


5 Из множества натуральных чисел от 58 до 82 включительно наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 6?

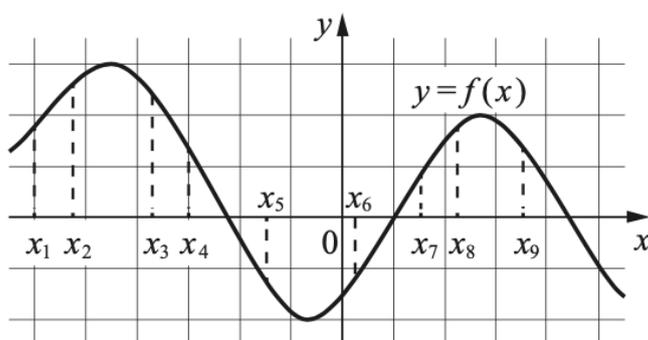
$$16^{x-9} = \frac{1}{2}$$

6 Найдите корень уравнения

7 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 56° и 77° . Найдите меньший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



8 На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены девять точек: x_1, x_2, \dots, x_9 .



Найдите все отмеченные точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответе укажите количество этих точек.

9 Дано два шара. Радиус первого шара в 2 раза больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?

10 Найдите значение выражения $\sqrt{72}\cos^2\frac{9\pi}{8} - \sqrt{72}\sin^2\frac{9\pi}{8}$.

11 Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и

определяется по формуле $A(\omega) = \frac{A_0\omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}$, где ω — частота вынуждающей силы (в c^{-1}), A_0 — постоянный параметр, $\omega_p = 360c^{-1}$ — резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на одну пятнадцатую. Ответ выразите в c^{-1} .

12 Объём треугольной пирамиды равен 228. Плоскость проходит через сторону основания этой пирамиды и пересекает противоположное боковое ребро в точке, делящей его в отношении 9 : 10, считая от вершины пирамиды. Найдите меньший из объёмов пирамид, на которые плоскость разбивает исходную пирамиду.

13 В сосуд, содержащий 7 литров 15-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 8 литров воды. Сколько процентов составит концентрация получившегося раствора?

14 Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 256}$.

Ключ к демонстрационному тесту:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
370	2	7560	6	0,16	8,75	103	4	4	6	90	108	7	16

Рекомендуемая литература

1. Открытый банк заданий по математике <http://www.fipi.ru>
2. Лысенко Ф.Ф., Кулабухов С.Ю. «Математика. 7-11 классы. Карманный справочник» - Издательство Легион, 2020. - 208 с.
3. Ященко И.В., Шестаков С.А., Трепалин А.С., Захаров П.И. «Подготовка к ЕГЭ по математике в 2014 году. Методические указания», М., МЦНМО, 2013.
4. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И.В. Ященко. – М. : Издательство «Национальное образование», 2017. – 256 с. – (ЕГЭ. ФИПИ – школе).
5. ЕГЭ 2021 Математика. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2021 года / под ред. Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю. - Издательство Легион, 2020 г. – 400 с.
6. ЕГЭ-2021 Математика. Типовые тестовые задания. 10 вариантов. Профильный уровень / под ред. И.В. Ященко - Издательство: Экзамен, 2021 г. - 232 с.
7. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ обучающимся по организации индивидуальной подготовки к ЕГЭ 2020 года. Математика (профильный уровень). Авторы-составители: И.В. Ященко, А.В. Семенов, М.А. Черняева. ФГБНУ "Федеральный институт педагогических измерений". Москва, 2020.
<http://doc.fipi.ru/o-nas/novosti/metod-rekomendatsii-dlya-vypusnikov-po-sam-podgotovke-k-ekzamenam-2020/matematika-profilnaya-ege.pdf>
8. Видеоконсультация по вопросам подготовки к ЕГЭ-2021 по математике с участием Ивана Ященко
<https://www.youtube.com/watch?v=MGAO7XOz9hs>

Программа вступительного испытания по математике разработана доцентом кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Сластной О.В.