

Общая часть

Программа предназначена для подготовки к вступительному экзамену для поступающих в магистратуру Института математики, экономики и информатики Иркутского государственного университета по направлению 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» на магистерскую программу «Системная и проектная аналитика».

Программа вступительных экзаменов в магистратуру сформирована на основе Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования подготовки бакалавров по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Процедура проведения тестирования

Экзамен проходит в форме письменного тестирования. Поступающий получает тест с 10 заданиями. Каждое верно выполненное задание оценивается в 10 баллов. Для итоговой оценки набранные баллы суммируются. Экзамен сдан, если итоговая сумма баллов окажется не ниже 60. Время на выполнение — 100 минут.

Вопросы для подготовки к вступительному экзамену

1. Математический анализ.

- 1.1. Понятие предела числовой последовательности и его свойства. Существование предела последовательности (теоремы Коши, Вейерштрасса, Больцано – Вейерштрасса).
- 1.2. Понятие предела функции, непрерывности функции, равномерной непрерывности функции. Основные свойства непрерывных функций (теоремы Коши, Больцано – Коши, Кантора). Замечательные пределы.
- 1.3. Понятия дифференцируемости функции в точке, производной, дифференциала. Правила дифференцирования. Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Роля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталья, формула Тейлора.
- 1.4. Признаки монотонности функции, точки экстремума, необходимые и достаточные условия экстремума. Выпуклость и точки перегиба.
- 1.5. Понятие интеграла Римана функции одной переменной и его свойства. Критерии интегрируемости Римана и Лебега. Классы функций, интегрируемых по Риману.
- 1.6. Формула Ньютона-Лейбница. Теоремы о среднем для определенного интеграла.
- 1.7. Понятие несобственного интеграла. Признаки сходимости.
- 1.8. Понятия функции ограниченной вариации и интеграла Римана-Стилтьеса, его свойства, условия существования, вычисление.
- 1.9. Понятие непрерывности функции многих переменных и их свойства.
- 1.10. Понятие дифференцируемости функции многих переменных. Условия дифференцируемости. Теоремы о совпадении смешанных частных производных (теоремы Юнга и Шварца).
- 1.11. Понятие экстремума функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума.
- 1.12. Теорема о неявных функциях.
- 1.13. Понятие условного экстремума функции многих переменных. Метод

- множителей Лагранжа.
- 1.14. Понятие сходимости числового ряда. Признаки сходимости числовых рядов.
 - 1.15. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Признаки сходимости. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов.
 - 1.16. Понятие несобственного интеграла, зависящего от параметра. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов, зависящих от параметра. Эйлеровы интегралы.
 - 1.17. Ряды Фурье. Условия представимости функции рядом Фурье.
 - 1.18. Понятие двойного интеграла, его свойства, условия существования.
 - 1.19. Понятия криволинейных интегралов первого и второго рода, поверхностных интегралов первого и второго рода, их свойства, формула вычисления.
 - 1.20. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса.
- 2. Функциональный анализ. Теория функций комплексного переменного.**
- 2.1. Понятие метрического пространства. Примеры. Полнота метрического пространства. Принцип сжимающих отображений.
 - 2.2. Понятия нормированного пространства и пространства со скалярным произведением. Банаховы и гильбертовы пространства. Примеры.
 - 2.3. Понятие линейного ограниченного оператора. Связь свойств ограниченности и непрерывности линейных операторов. Понятие обратного оператора.
 - 2.4. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Гармонические функции. Теорема Коши. Интеграл типа Коши.
 - 2.5. Ряд Лорана. Особые точки. Вычеты.
 - 2.6. Приложения теории вычетов. Вычисление несобственных интегралов.
 - 2.7. Конформные отображения. Геометрический смысл производной. Конформные отображения элементарными функциями.
- 3. Дифференциальные уравнения.**
- 3.1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
 - 3.2. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная зависимость и независимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
 - 3.3. Методы интегрирования линейных дифференциальных уравнений n -го порядка с постоянными коэффициентами.
 - 3.4. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия и определения. Интегрирование однородных линейных систем с постоянными коэффициентами. Метод исключения. Метод Эйлера.
 - 3.5. Уравнения с частными производными. Основные понятия и определения. Классификация уравнений и систем уравнений с частными производными.
- 4. Линейная алгебра и аналитическая геометрия**
- 4.1. Матрица, определитель матрицы, обратная матрица, ранг матрицы
 - 4.2. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений
 - 4.3. Прямая и плоскость.
 - 4.4. Векторы. Операции над векторами. Линейная независимость векторов.

Примеры тестовых заданий

1. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5(x^3 - 8)}{x^2 + x - 6}$.

2. Найти значение производной функции $y = tg^6 2x \cdot \cos(7x^2)$ в точке $x_0 = 0$.

3. Найти след матрицы A^{-1} , где A — матрица коэффициентов системы:

$$\begin{cases} -x + 3y + 4z = 2 \\ -2x + 5y + 3z = -2 \\ -y - 6z = 1 \end{cases}$$

4. Вычислить интеграл $\int_0^1 2 \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 2x^3 - 4 \right) dx$.

5. Найти локальный минимум функции $z = x^2 + y^2 - xy - 2x + y$.

6. Найти $e^{-1}y(1)$, если $y(x)$ — решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' - \frac{2}{x+1}y = e^x(x+1)^2 \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

7. Найти значение выражения $\operatorname{Re}(a^2 + 3ab + b^2 + |a - b|)$, где a и b корни уравнения $x^2 - 6x + 13 = 0$.

8. Определить количество неподвижных точек отображения $f: \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$, если

$$f(t) = t^5 + t^4 - 1.$$

9. Вычислить интеграл функции комплексного переменного

$$\frac{1}{\pi i} \oint_{|z-2|=2} \frac{2z^3 + 1}{(z-1)^4} dz$$

10. Определить площадь фигуры, ограниченной кривой, заданной уравнением $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$

Ключ

номер задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
номер ответа	12	0	20	-1	-1	4	53	2	4	1

Литература

1. Ильин, В.А. Математический анализ: в 2 т. / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. — М.: ИД Юрайт., 2013. — Т. 1. — 660 с.
2. Ильин, В.А. Математический анализ: в 2 т. / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. — М.: ИД Юрайт., 2013. — Т.2. — 357 с.
3. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: в 2 т. / Г.М. Фихтенгольц. — СПб.: Лань., 2004. — Т. 1 — 446 с.
4. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: в 2 т. / Г.М. Фихтенгольц. — СПб.: Лань., 2004. — Т.2 — 464 с.
5. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа: в 3 т. Том 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. / Л.Д. Кудрявцев. — М.: Дрофа., 2008. — 704 с.
6. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа: в 3 т. Том 2. Ряды. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. / Л.Д. Кудрявцев. — М.: Дрофа., 2004. — 720 с.
7. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа: в 3 т. Том 3. Гармонический

- анализ. Элементы функционального анализа. / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Дрофа., 2004. – 720 с.
8. Треногин, В.А. Функциональный анализ. / В.А. Треногин. – М.: ФИЗМАТЛИТ., 2007. – 488 с.
 9. Канторович, Л.В. Функциональный анализ. / Л.В. Канторович, Г.П. Акилов. – М.: ВНУ., 2004. – 816 с.
 10. Матвеев, Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. / Н.М. Матвеев – СПб.: Лань., 2003. – 832с.
 11. Треногин, В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. / В.А. Треногин – М.: ФИЗМАТЛИТ., 2009. – 312с.
 12. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики. / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Изд-во МГУ., 1999. – 798с.
 13. Евграфов, М.А. Аналитические функции. / М.А. Евграфов. – СПб.: Лань., 448 с.
 14. Привалов, И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. / И.И. Привалов. – СПб.: Лань., 2009. – 432 с.
 15. Шабунин, М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / М.И. Шабунин, Е.С. Половинкин, М.И. Карлов. – М.: Бином., 2012. – 362 с.
 16. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра – М.: Наука, 1999.
 17. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия – М.: Наука, 1999.

Интернет-ресурсы

1. <http://educa.isu.ru> – Информационно-образовательный портал ФГБОУ ВО «ИГУ»
2. <http://library.isu.ru/ru> – Научная библиотека Иркутского государственного университета
3. <http://www.intuit.ru> – Национальный открытый университет

Программа вступительных испытаний разработана:

д.ф.-м.н., профессор Фалалеев М.В.

к.ф.-м.н., доцент Леонтьев Р.Ю.